Miejsce
na naklejkę
z kodem

(Wpisuje zdający przed rozpoczęciem pracy)

KOD ZDAJĄCEGO

PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

Arkusz II (dla poziomu rozszerzonego)

Czas pracy 150 minut

Instrukcja dla zdającego

1. Proszę sprawdzić, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 11 stron. Ewentualny brak należy zgłosić przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania i odpowiedzi należy zapisać czytelnie w miejscu na to przeznaczonym przy każdym zadaniu.
3. Proszę pisać tylko w kolorze czarnym; nie pisać ołówkiem.
4. W rozwiązaniach zadań trzeba przedstawić tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
5. Nie wolno używać korektora.
6. Błędne zapisy trzeba wyraźnie przekreślić.
7. Brudnopis nie będzie oceniany.
8. Obok każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów, którą można uzyskać za jego poprawne rozwiązanie.
9. Podczas egzaminu można korzystać z załączonego zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora. Nie można korzystać z kalkulatora graficznego.

Życzymy powodzenia!

ARKUSZ II

GRUDZIEŃ ROK 2004

Za rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać łącznie **50 punktów**.

(Wpisuje zdający przed rozpoczęciem pracy)

PESEL ZDAJĄCEGO

Zadanie 12. ***(5 pkt)***

Pierwiastkami równania $x^2 + px + p = 0$ są dwie różne liczby x_1, x_2. Stosując wzory Viete'a zbadaj, czy istnieje taka wartość parametru p, przy której wyrażenie $\left(x_1 + 2x_2\right) \cdot \left(x_2 + 2x_1\right)$ osiąga wartość 1.

Zadanie 13. (*4 pkt)*

Wielomian $W(x) = x^3 - x^2 + ax + b$ jest równy wielomianowi $T(x) = (x-2)^2 \cdot (x-c)$, gdzie $c \neq 2$. Wyznacz wartości współczynników a, b, c. Rozwiąż nierówność $T(x) \leq 0$.

Zadanie 14. *(4 pkt)*

Korzystając tylko z definicji funkcji rosnącej uzasadnij, że funkcja $f(x) = \frac{1}{x^2}$ jest rosnąca w przedziale $(-\infty; 0)$.

Zadanie 15. *(3 pkt)*

Stosując wzór dwumianowy Newtona rozwiń wyrażenie $(1+x)^5$, a następnie wykorzystując to rozwinięcie zapisz wyrażenie $(1-\sqrt{3})^5$ w postaci $a+b\sqrt{3}$, gdzie a i b są liczbami całkowitymi.

Zadanie 16. *(6 pkt)*

Iloczyn piątego i jedenastego wyrazu ciągu geometrycznego (a_n) jest równy 4.
Oblicz iloczyn piętnastu początkowych kolejnych wyrazów tego ciągu.

Zadanie 17. *(5 pkt)*

Rozwiąż nierówność $\left(\frac{1}{5}\right)^{\log_3\left(\frac{x-2}{x}\right)} > 1$.

Zadanie 18. *(4 pkt)*

W trójkącie ABC, którego pole równa się 16, boki AC i BC mają długości: $|AC| = 5$, $|BC| = 8$. Korzystając z twierdzenia kosinusów, oblicz długość boku AB.

Zadanie 19. ***(3 pkt)***
Pole powierzchni całkowitej stożka jest trzy razy większe od pola jego podstawy.
Oblicz miarę kąta rozwarcia tego stożka.

Zadanie 20. *(9 pkt)*

Dana jest funkcja $f(x)=\dfrac{x^2}{x-1}$ oraz prosta l nachylona do osi OX pod kątem, którego sinus jest równy 0,6.

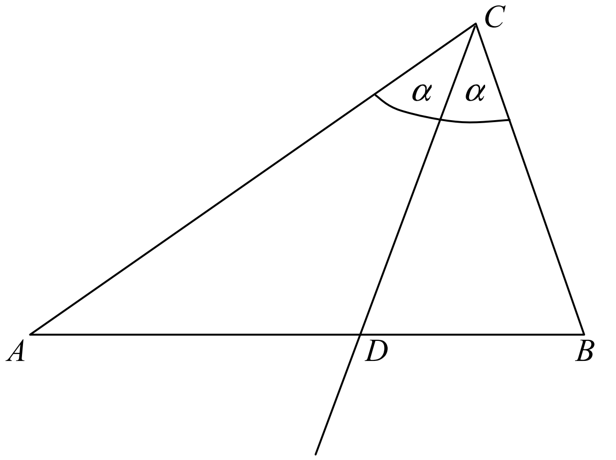
a. Oblicz współczynnik kierunkowy prostej l.
b. Zbadaj, ile jest stycznych do wykresu funkcji f, równoległych do prostej l.

Zadanie 21. *(4 pkt)*

Udowodnij twierdzenie o podziale boku trójkąta dwusieczną kąta wewnętrznego:
Dwusieczna kąta wewnętrznego trójkąta dzieli bok przeciwległy temu kątowi na odcinki proporcjonalne do boków przyległych, czyli (stosując oznaczenia jak na rysunku)

$$\textit{jeżeli}\ |\angle ACD| = |\angle BCD|,\ \textit{to}\ \frac{|AD|}{|DB|} = \frac{|AC|}{|CB|}.$$

W dowodzie posłuż się twierdzeniem Talesa, wcześniej jednak przedłuż odcinek AC do punktu przecięcia się z prostą równoległą do półprostej CD i przechodzącą przez punkt B.



Zadanie 22. *(3 pkt)*

Prawdopodobieństwa zdarzeń losowych A i B są równe: $P(A)=0{,}8$ oraz $P(B)=0{,}5$.

Uzasadnij, że prawdopodobieństwo warunkowe $P(A \mid B)$ jest nie mniejsze niż $0{,}6$.

BRUDNOPIS

BRUDNOPIS