

Miejsce  
na naklejkę  
z kodem szkoły

OKE ŁÓDŹ  
CKE

# MATEMATYKA

MARZEC  
ROK 2008

## POZIOM ROZSZERZONY

### PRZYKŁADOWY ZESTAW ZADAŃ NR 1

Czas pracy 150 minut

#### Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 19 stron (zadania 1 – 11). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zamieść w miejscu na to przeznaczonym.
3. W rozwiązaniach zadań przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
4. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie podlegają ocenie.
7. Obok każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów, którą możesz uzyskać za jego poprawne rozwiązanie.
8. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

Za rozwiązanie  
wszystkich zadań  
można otrzymać  
łącznie  
**50 punktów**

*Życzymy powodzenia!*

Wypełnia zdający przed  
rozpoczęciem pracy

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

PESEL ZDAJĄCEGO

--	--	--

KOD  
ZDAJĄCEGO



**Zadanie 1. (5 pkt)**

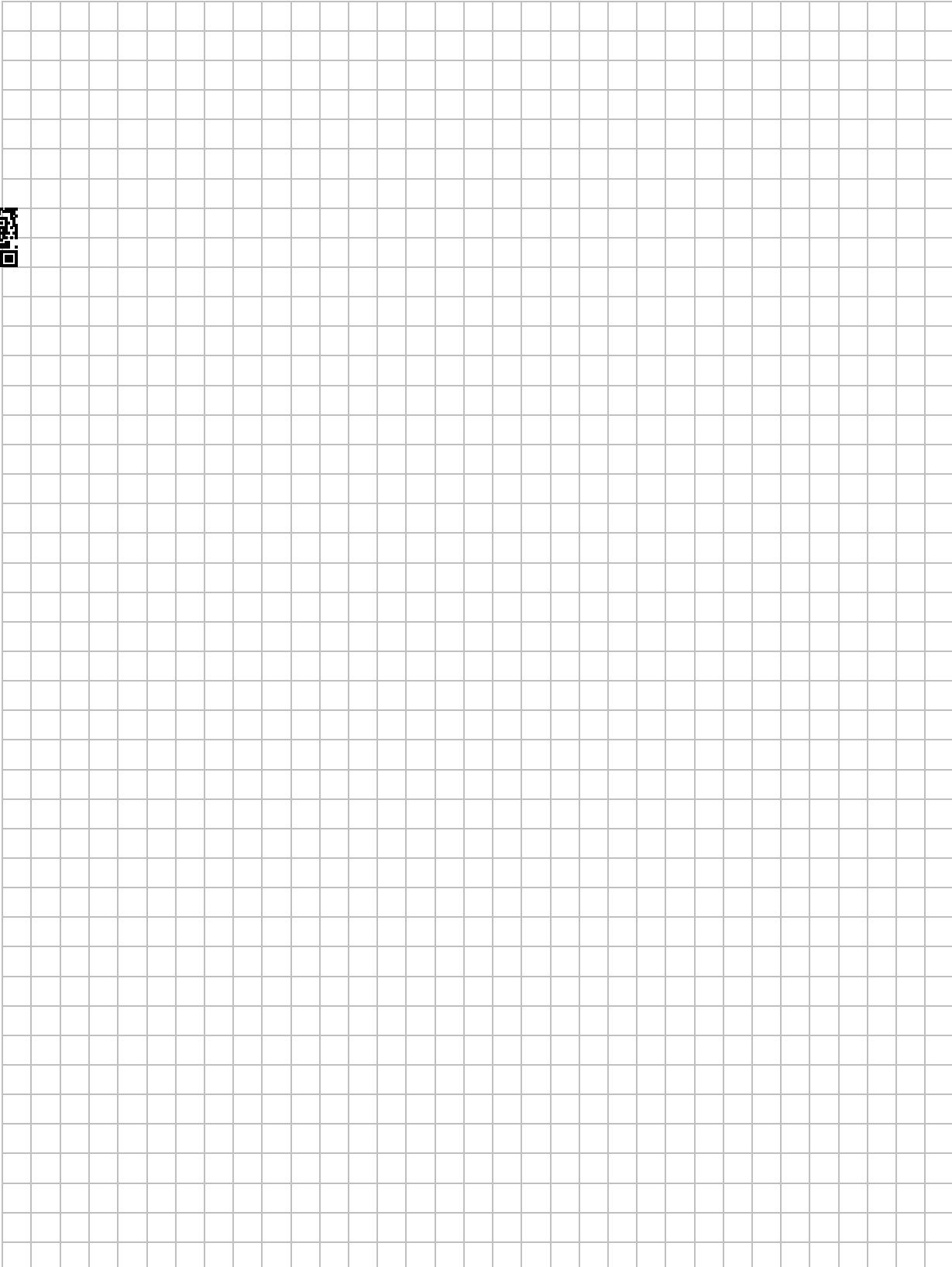
Punkty  $A = (-2, 12)$  i  $B = (6, -2)$  są wierzchołkami trójkąta prostokątnego  $ABC$  o kącie prostym przy wierzchołku  $C$ . Oblicz współrzędne wierzchołka  $C$  tego trójkąta, wiedząc, że leży on na prostej o równaniu  $x + 3y = 22$ . Sporządź rysunek w prostokątnym układzie współrzędnych. Rozważ wszystkie przypadki.





**Zadanie 2. (4 pkt)**

Wykres funkcji  $f(x) = \frac{a}{x}$  dla  $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ , gdzie  $a \neq 0$ , przesunięto o wektor  $\vec{u} = [-3, 2]$  i otrzymano wykres funkcji  $g$ . Do wykresu funkcji  $g$  należy punkt  $A = (-4, 6)$ . Oblicz  $a$ , następnie rozwiąż nierówność  $g(x) < 4$ .

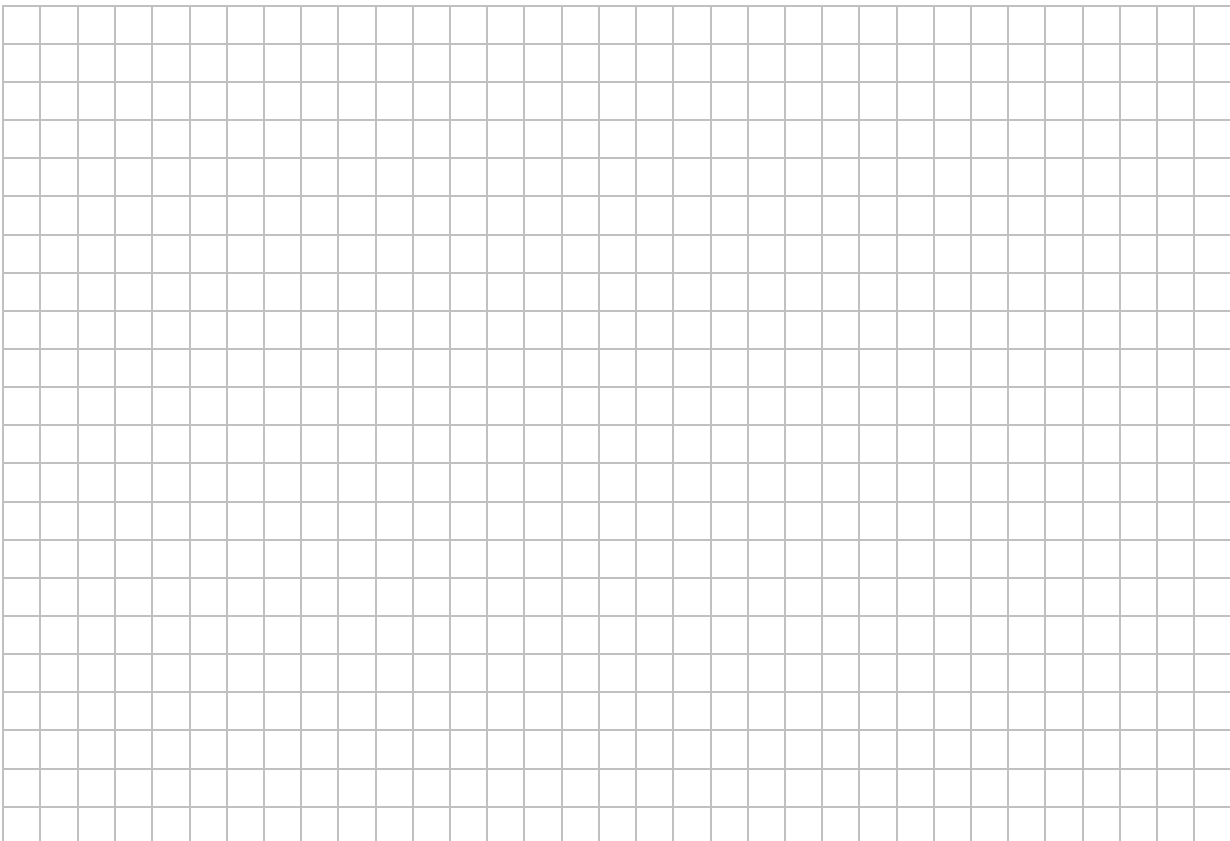
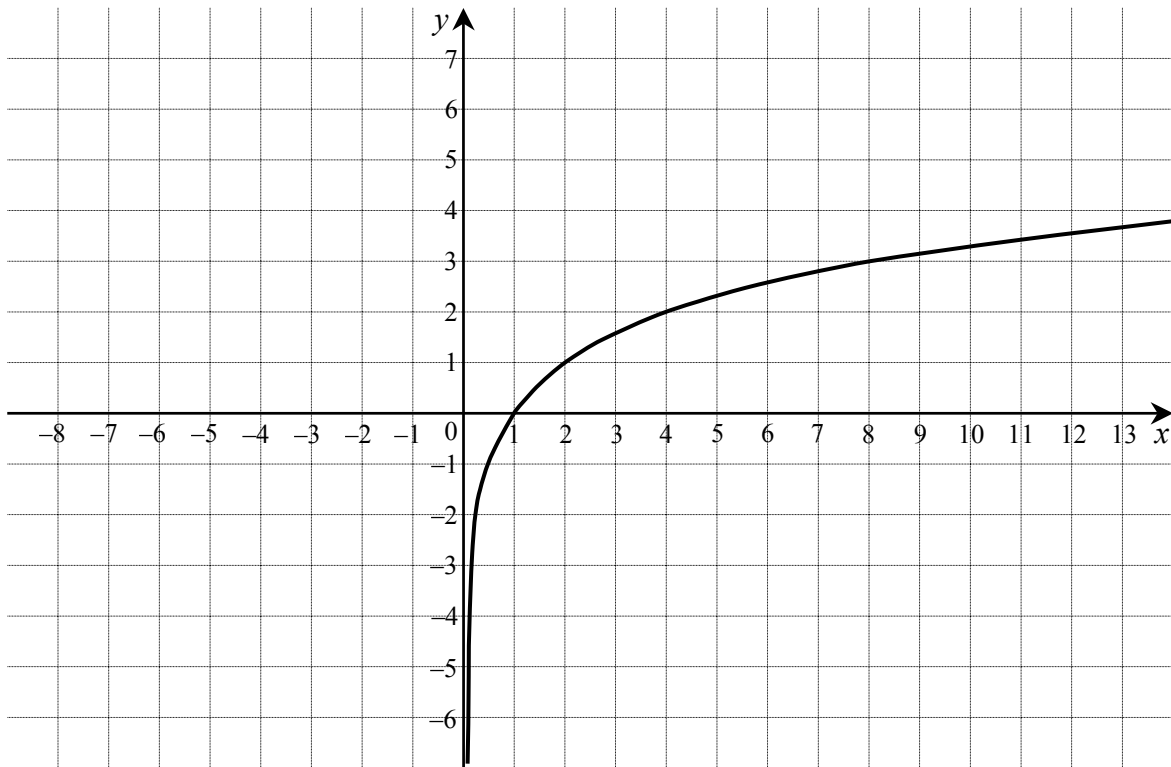




**Zadanie 3. (5 pkt)**

Na rysunku przedstawiony jest wykres funkcji logarytmicznej opisanej wzorem  $f(x) = \log_p x$ .

- Na podstawie tego wykresu wyznacz  $p$ .
- Oblicz  $f(0,125)$ .
- Sporządź wykres funkcji  $g(x) = |f(x-4)|$ .
- Podaj miejsca zerowe funkcji  $g$ .

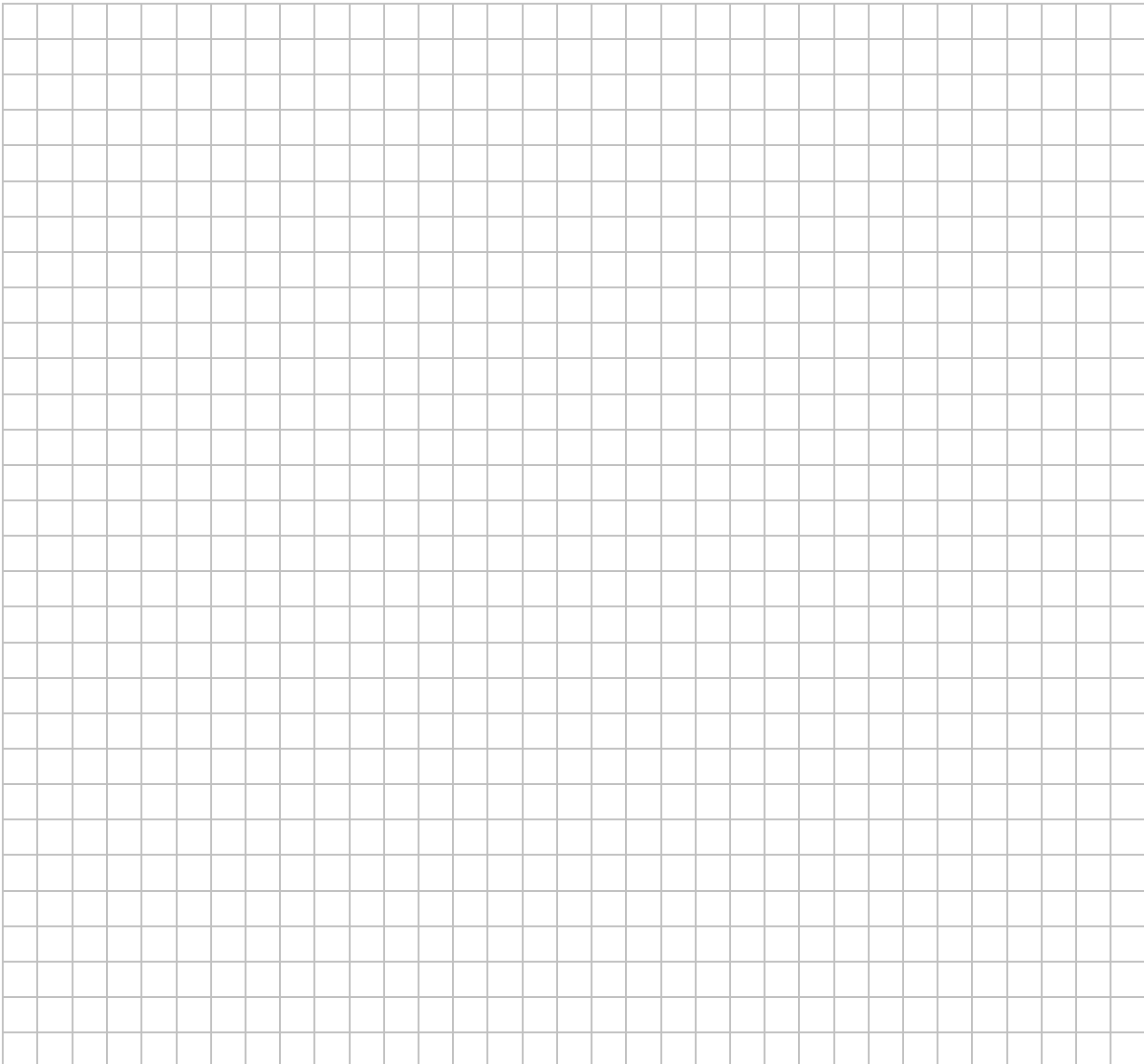
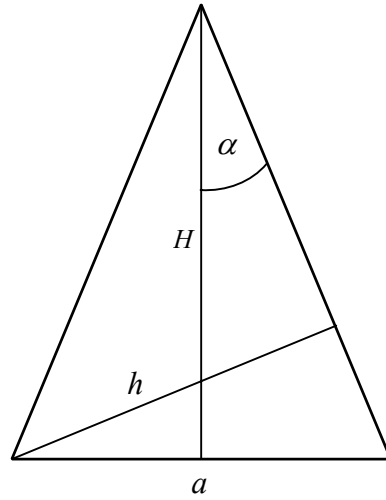




**Zadanie 4. (6 pkt)**

W trójkącie równoramiennym (patrz rysunek) długość podstawy wynosi  $a$ , zaś wysokości opuszczone odpowiednio na podstawę i ramię są równe  $H$  i  $h$ . Kąt między ramieniem trójkąta i wysokością opuszczoną na podstawę ma miarę  $\alpha$ .

- Wyraź  $\operatorname{tg} \alpha$  w zależności od wielkości  $a$  i  $H$ .
- Wyraź  $\cos \alpha$  w zależności od wielkości  $a$  i  $h$ .
- Wykaż, że jeśli  $a^2 = H \cdot h$ , to  $\sin \alpha = \sqrt{2} - 1$ .



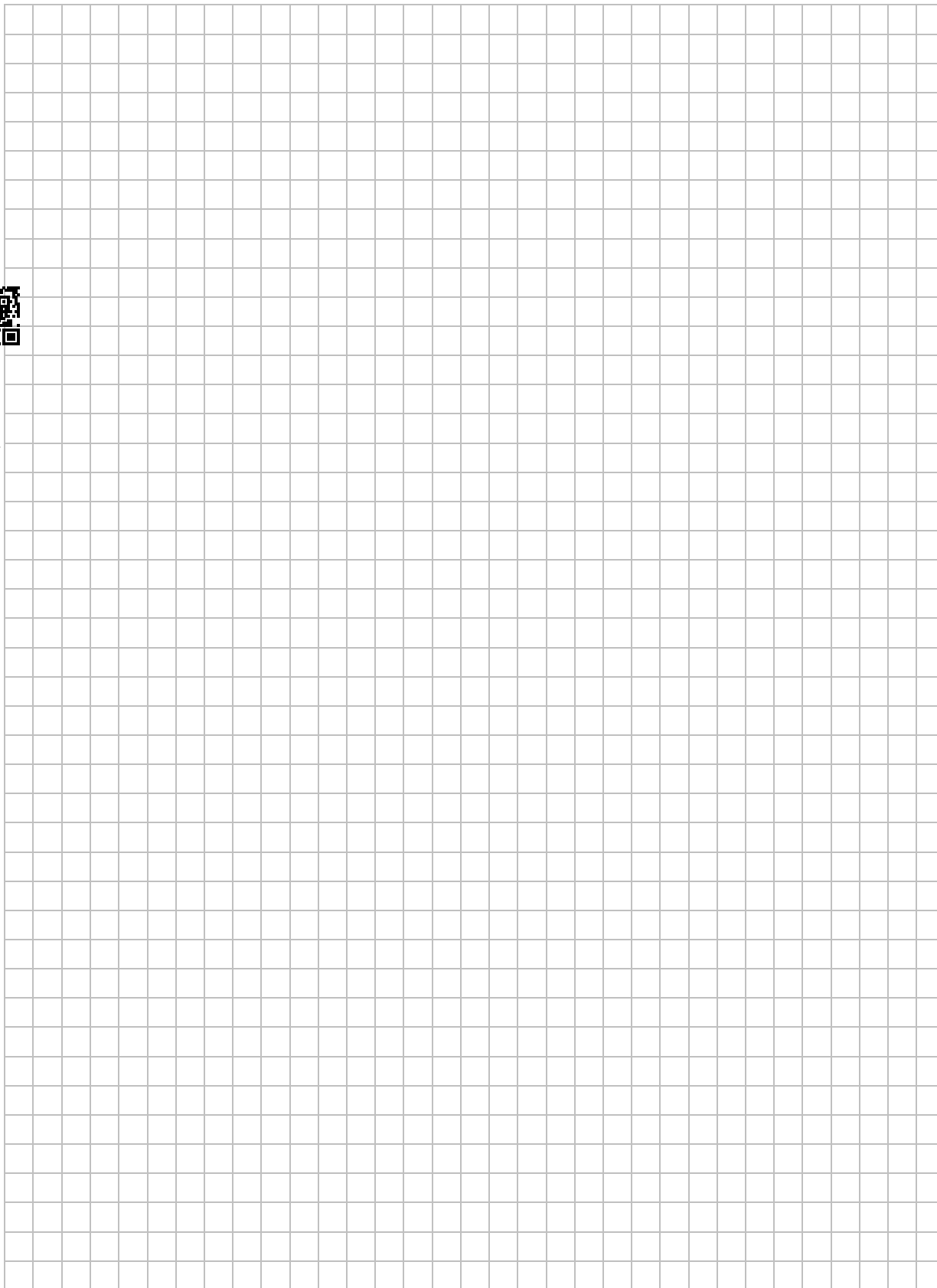






**Zadanie 6. (3 pkt)**

Wykaż, że wielomian  $W(x) = x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 6x + 9$  nie ma pierwiastków rzeczywistych.



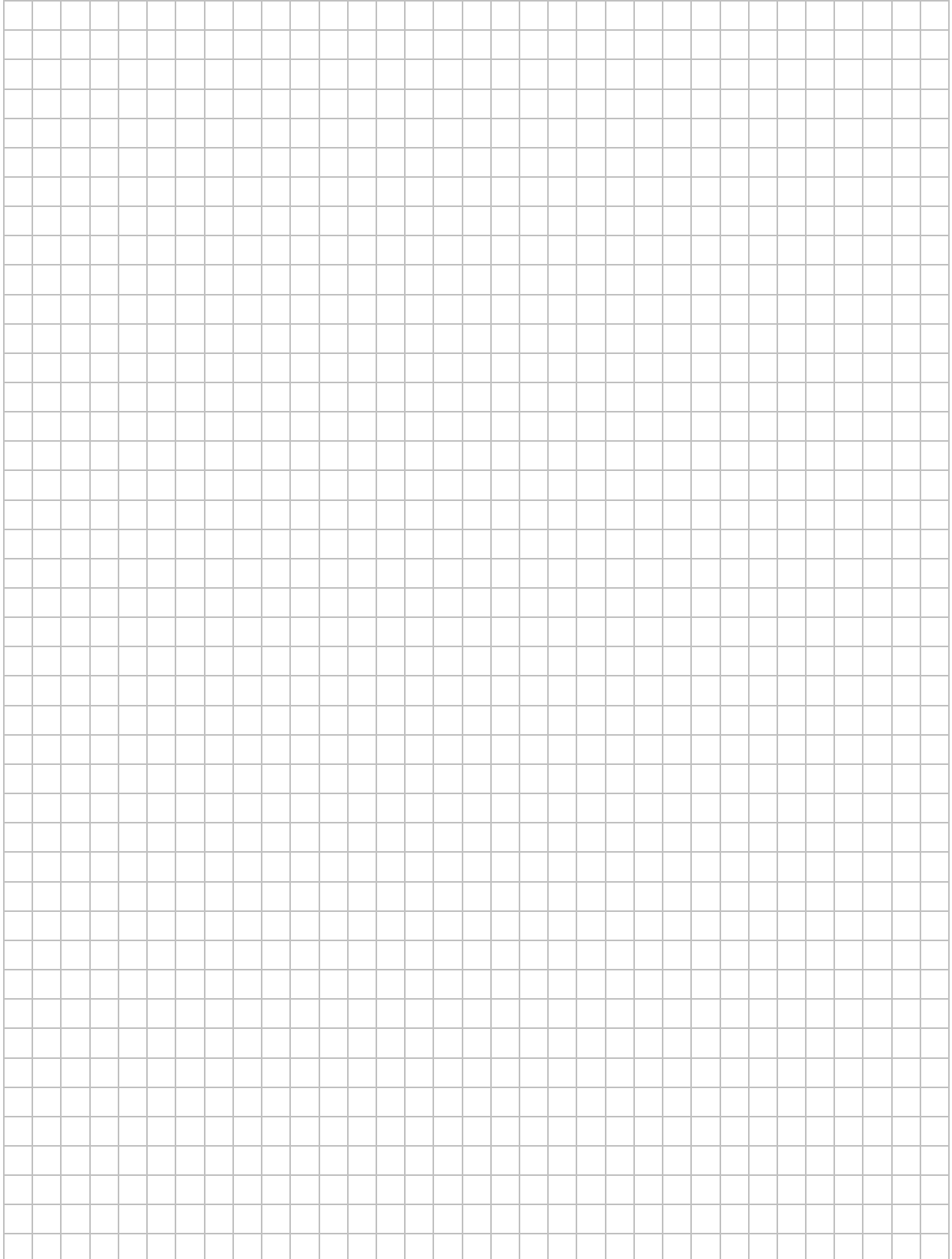
Więcej arkuszy maturalnych z matematyki na mgr2.pl/arkusze

<b>Wypełnia egzaminator!</b>	<b>Nr czynności</b>	<b>6.1.</b>	<b>6.2.</b>	<b>6.3.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>			

**Zadanie 7. (6 pkt)**

Dana jest funkcja  $f(x) = \sin^2 x + \cos x$  dla  $x \in R$ .

- a) Rozwiąż równanie  $f(x) = 1$  w przedziale  $\langle 0, 2\pi \rangle$ .
- b) Wyznacz największą wartość funkcji  $f$ .

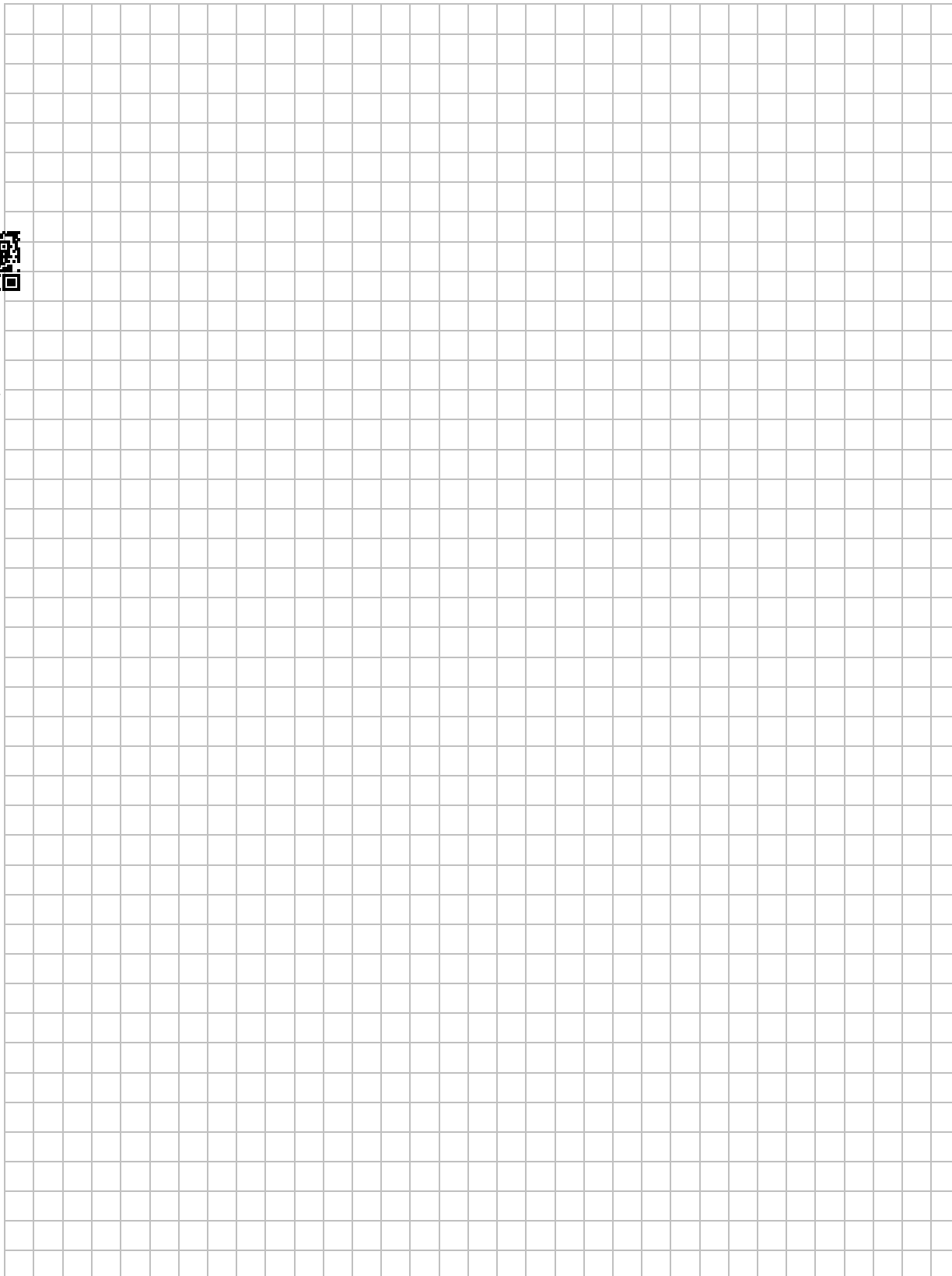


Więcej arkuszy maturalnych z matematyki na mgr2.pl/arkusze

Wypełnia egzaminator!	Nr czynności	7.1.	7.2.	7.3.	7.4.	7.5.	7.6.
	Maks. liczba pkt	1	1	1	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt						

**Zadanie 8. (5 pkt)**

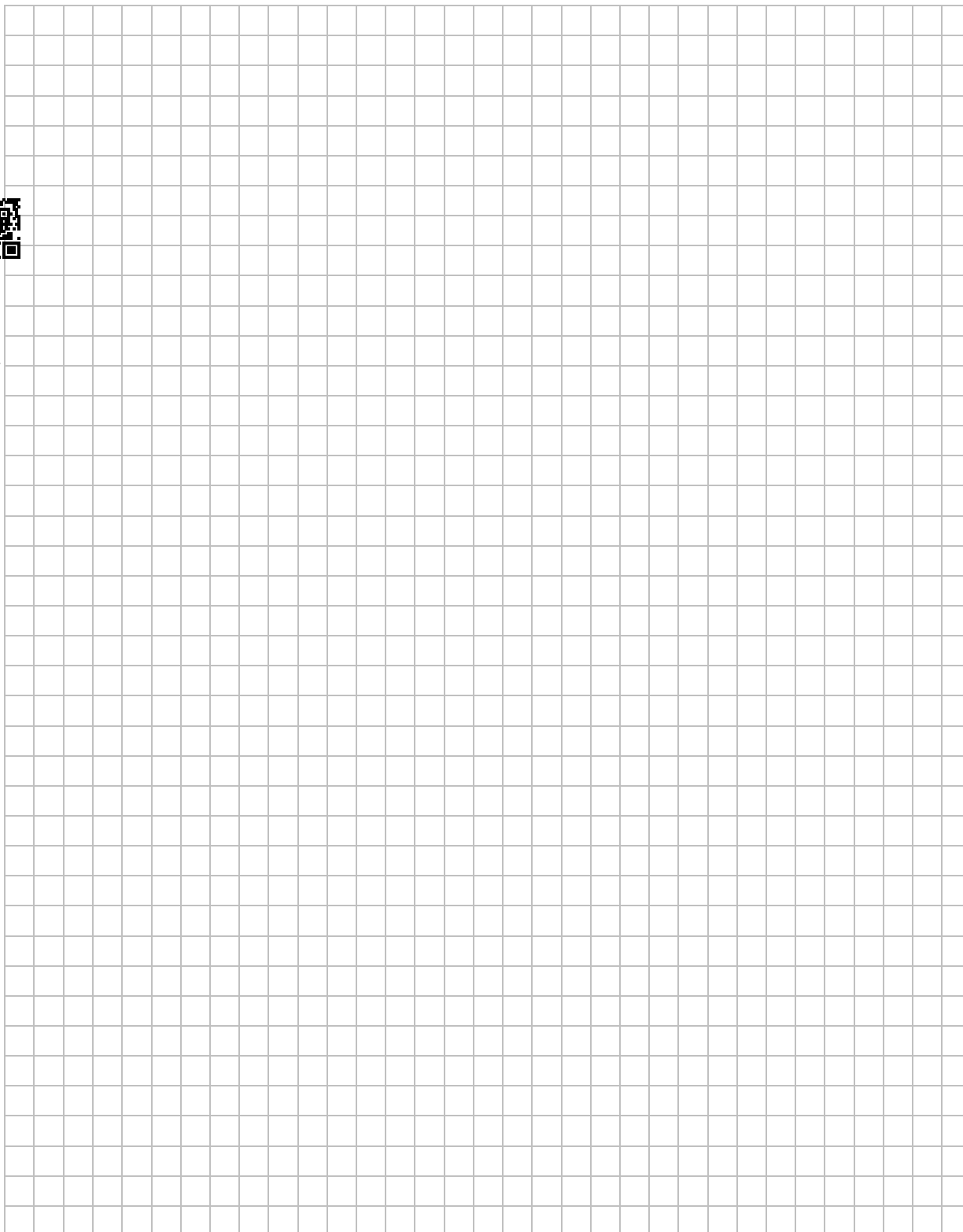
Podstawą ostrosłupa  $ABCD$  jest trójkąt równoboczny  $ABC$  o boku długości  $\sqrt{2}$ . Wszystkie ściany boczne są równoramiennymi trójkątami prostokątnymi. Punkt  $P$  został wybrany wewnątrz ostrosłupa w ten sposób, że wysokości ostrosłupów  $ABDP$ ,  $BCDP$ ,  $ACDP$ ,  $ABCP$  opuszczone z wierzchołka  $P$  mają tę samą długość  $H$ . Sporządź rysunek ostrosłupa i oblicz  $H$ .





**Zadanie 9. (4 pkt)**

Grupa 4 kobiet i 4 mężczyzn, w tym jedno małżeństwo, wybrała się na pieszą wycieczkę. Na wąskiej ścieżce musieli iść gęsiego tzn. jedno za drugim. Zakładamy, że wszystkie możliwe ustawienia tych osób są jednakowo prawdopodobne. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że jako pierwsze pójdą kobiety i żona będzie szła bezpośrednio przed mężem. Sprawdź, czy to prawdopodobieństwo jest mniejsze od 0,001.

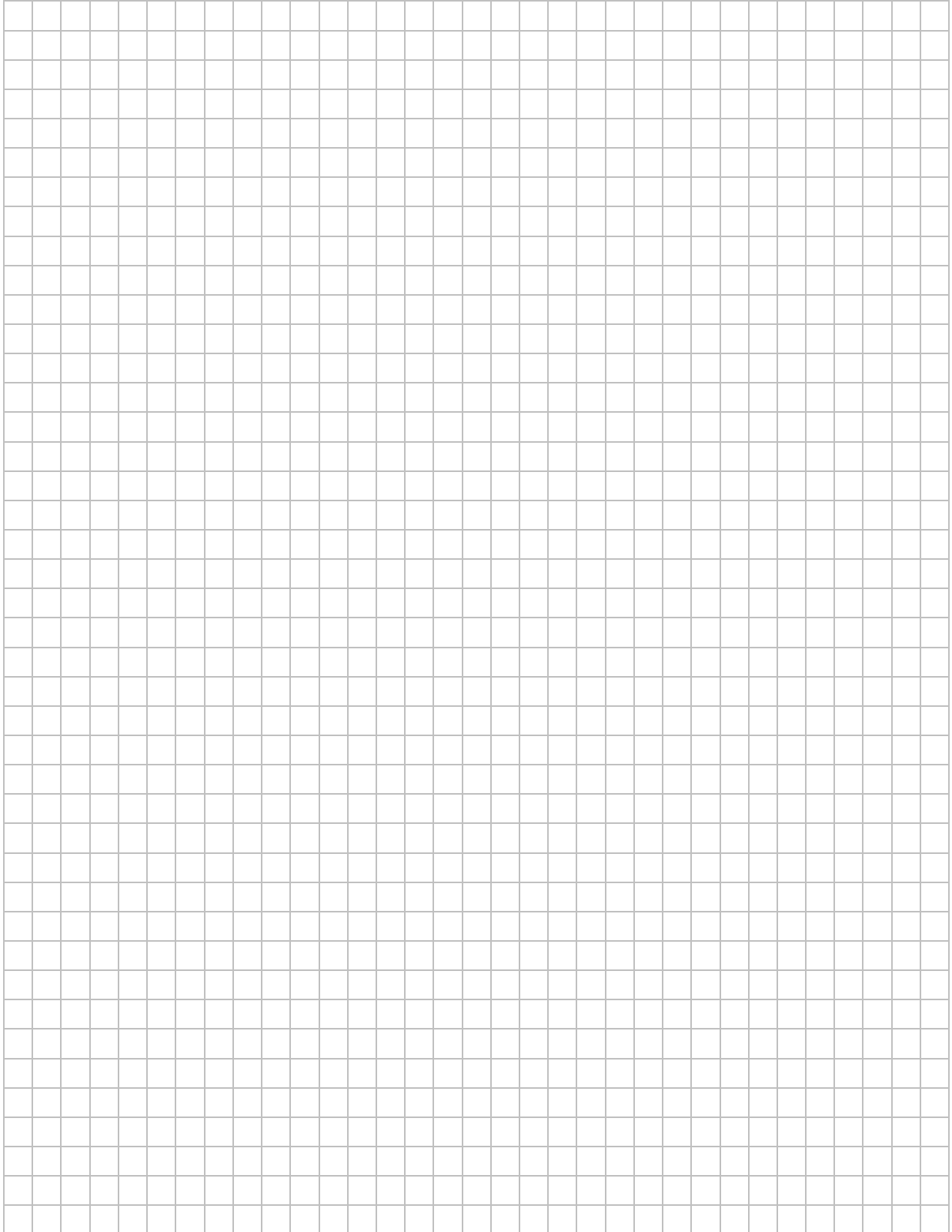



Więcej arkuszy maturalnych z matematyki na mgr2.pl/arkusze

<b>Wypełnia egzaminator!</b>	<b>Nr czynności</b>	<b>9.1.</b>	<b>9.2.</b>	<b>9.3.</b>	<b>9.4.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>				

**Zadanie 10. (3 pkt)**

Dany jest ciąg  $x_n = -1 - n$  dla  $n \geq 1$ . Ciąg  $(y_n)$  ma tę własność, że dla każdego  $n \geq 1$  punkty o współrzędnych  $(x_n, 0)$ ,  $(-1, 1)$ ,  $(0, y_n)$  leżą na jednej prostej. Wyznacz wzór ogólny ciągu  $(y_n)$ .



Więcej arkuszy maturalnych z matematyki na [mgr2.pl/arkusze](http://mgr2.pl/arkusze)

Wypełnia egzaminator!	Nr czynności	10.1.	10.2.	10.3.
	Maks. liczba pkt	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt			

**Zadanie 11. (5 pkt)**

Długości boków trójkąta prostokątnego są trzema kolejnymi wyrazami rosnącego ciągu geometrycznego. Oblicz iloraz tego ciągu.



Więcej arkuszy maturalnych z matematyki na mgr2.pl/arkusze

<b>Wypełnia egzaminator!</b>	<b>Nr czynności</b>	<b>11.1.</b>	<b>11.2.</b>	<b>11.3.</b>	<b>11.4.</b>	<b>11.5.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>					

## BRUDNOPIS



Więcej arkuszy maturalnych z matematyki na [mgr2.pl/arkusze](http://mgr2.pl/arkusze)