

**UZUPEŁNIA ZDAJĄCY**

**KOD**

--	--	--

**PESEL**

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

*Miejsce  
na naklejkę  
z kodem*

dysleksja



**EGZAMIN MATURALNY  
Z MATEMATYKI**

**POZIOM ROZSZERZONY**

**Instrukcja dla zdającego**

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 17 stron (zadania 1–11). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego może spowodować, że za to rozwiązanie nie będziesz mógł dostać pełnej liczby punktów.
4. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
7. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
8. Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
9. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.

**8 MAJA 2015**

**Godzina rozpoczęcia:  
9:00**

**Czas pracy:  
180 minut**

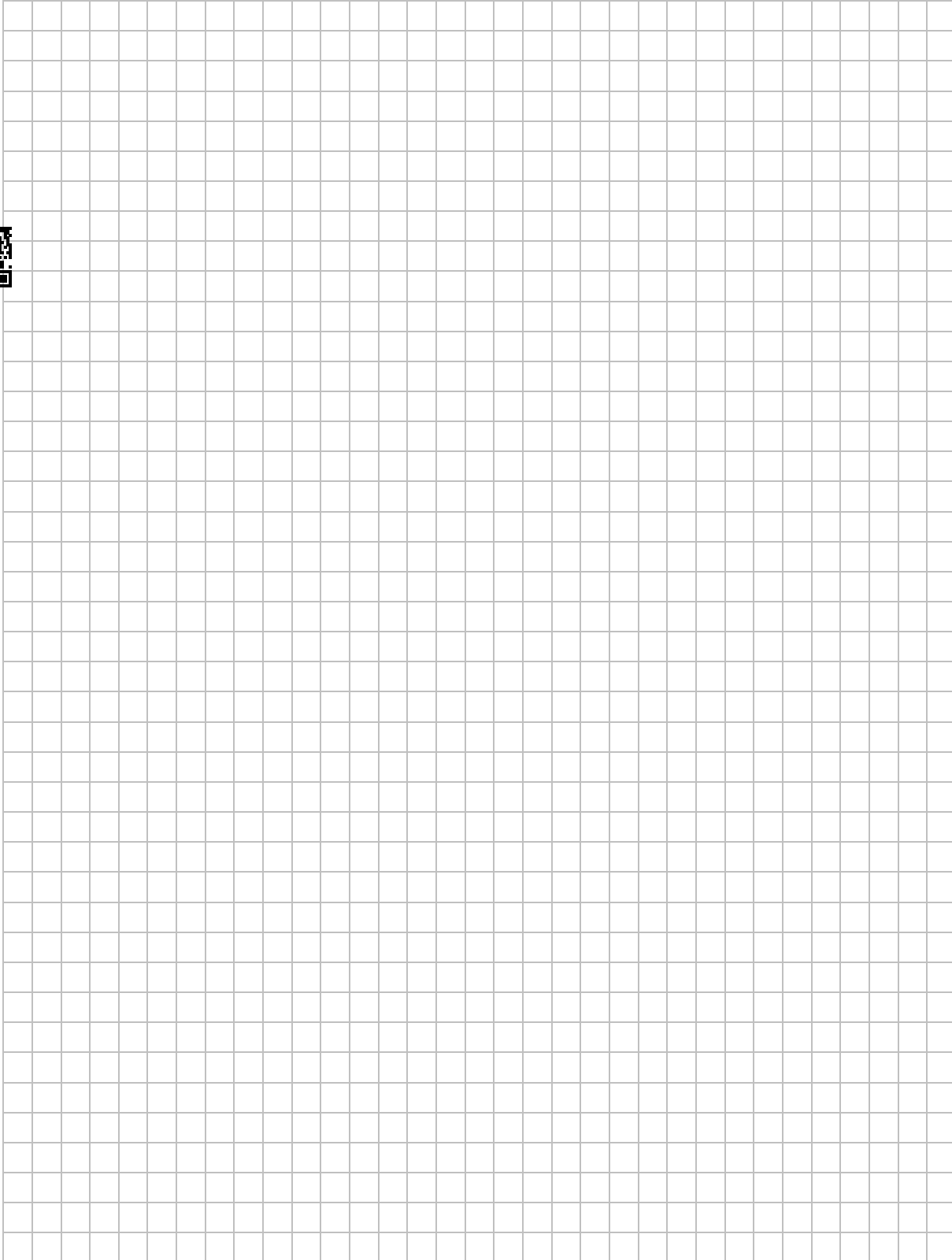
**Liczba punktów  
do uzyskania: 50**



**Zadanie 1. (3 pkt)**

Wykaż, że dla każdej dodatniej liczby rzeczywistej  $x$  różnej od 1 oraz dla każdej dodatniej liczby rzeczywistej  $y$  różnej od 1 prawdziwa jest równość

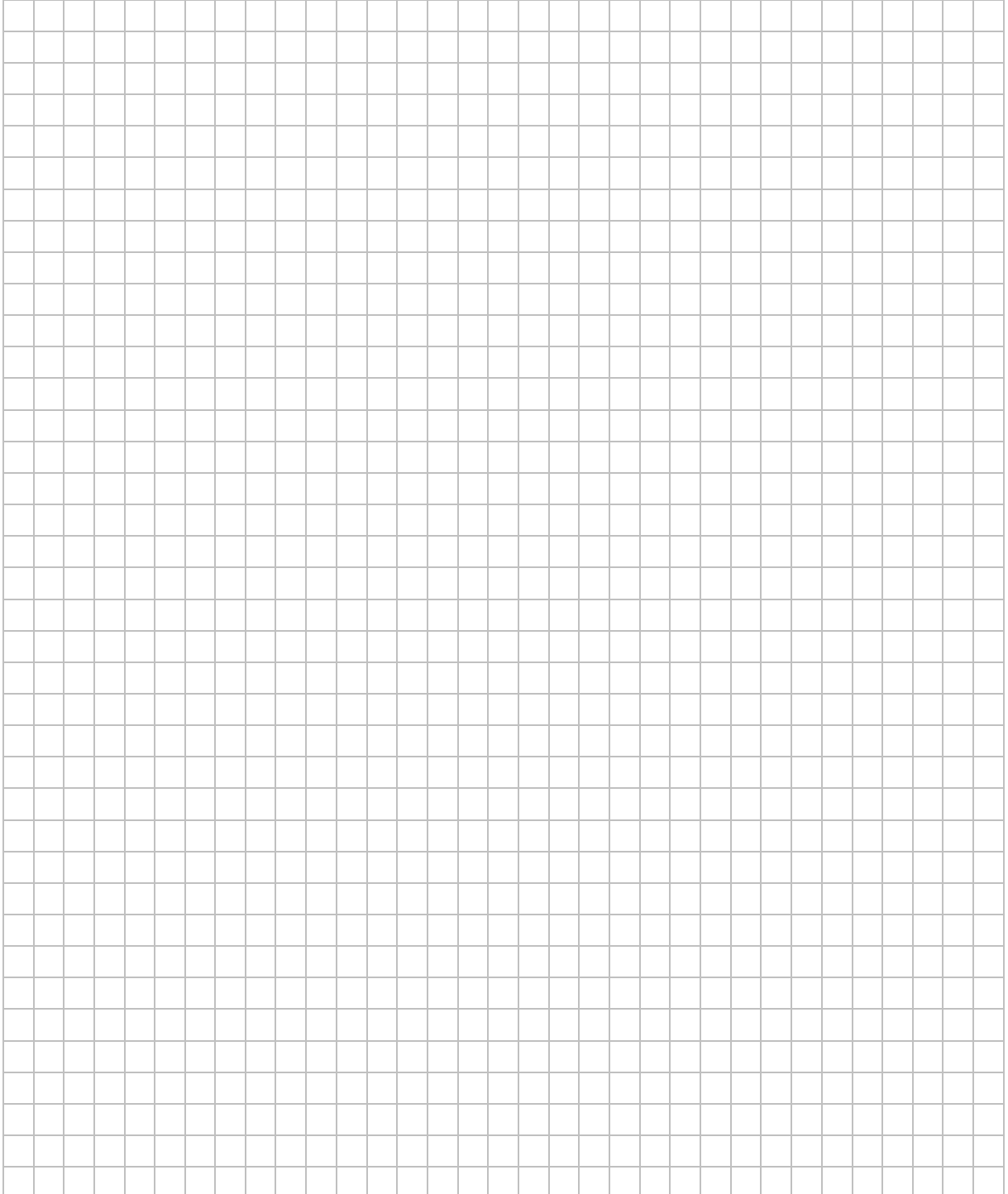
$$\log_x(xy) \cdot \log_y\left(\frac{y}{x}\right) = \log_y(xy) \cdot \log_x\left(\frac{y}{x}\right).$$



Więcej arkuszy maturalnych z matematyki na mgr2.pl/arkusze

**Zadanie 2. (5 pkt)**

Dany jest wielomian  $W(x) = x^3 - 3mx^2 + (3m^2 - 1)x - 9m^2 + 20m + 4$ . Wykres tego wielomianu, po przesunięciu o wektor  $\vec{u} = [-3, 0]$ , przechodzi przez początek układu współrzędnych. Wyznacz wszystkie pierwiastki wielomianu  $W$ .



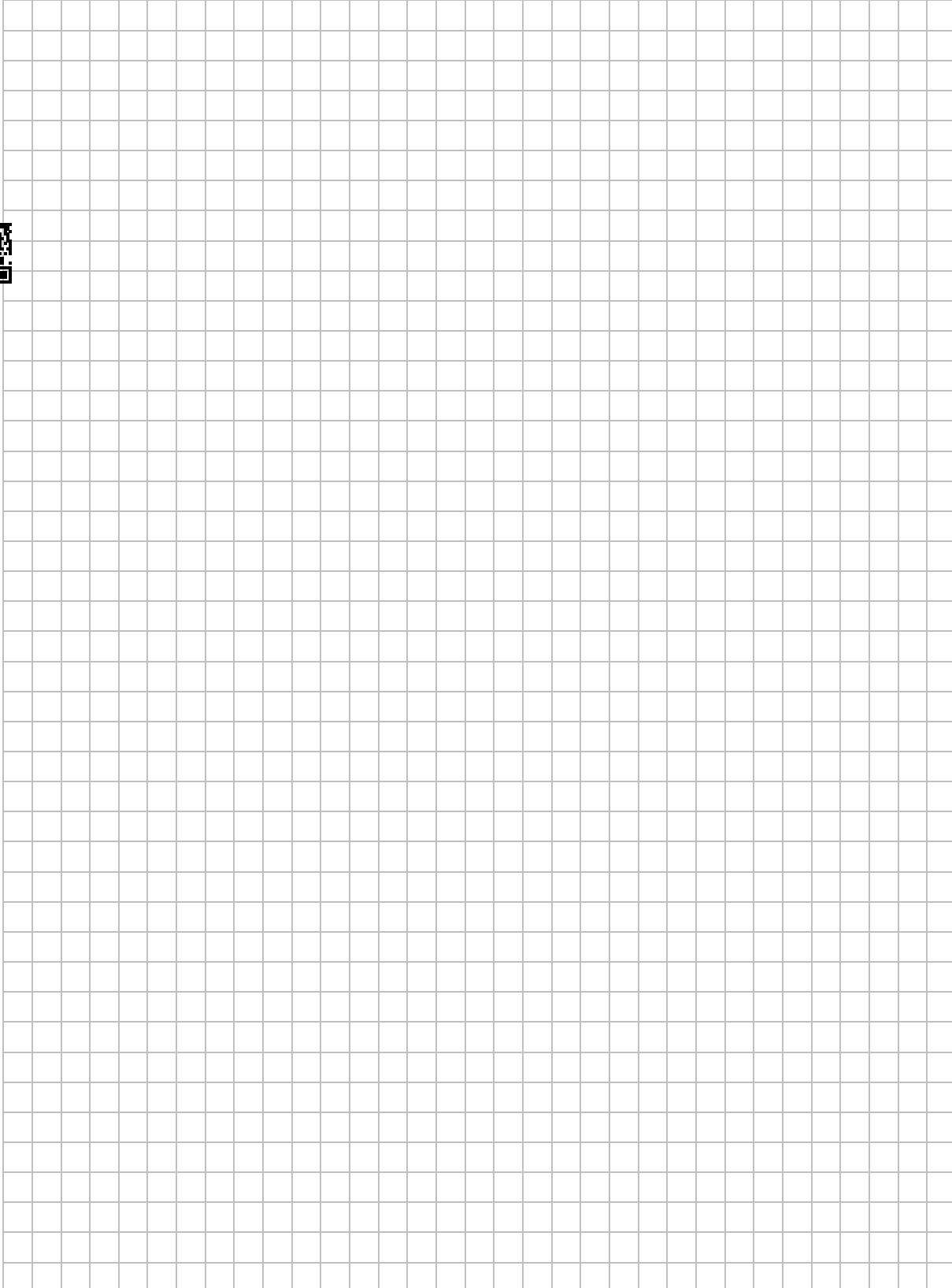
Więcej arkuszy maturalnych z matematyki na [mgr2.pl/arkusze](http://mgr2.pl/arkusze)

Odpowiedź: .....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	1.	2.
	Maks. liczba pkt	3	5
	Uzyskana liczba pkt		

**Zadanie 3. (6 pkt)**

Wyznacz wszystkie wartości parametru  $m$ , dla których równanie  $(m^2 - m)x^2 - x + 1 = 0$  ma dwa różne rozwiązania rzeczywiste  $x_1, x_2$  takie, że  $\frac{1}{x_1 + x_2} \leq \frac{m}{3} \leq \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ .



Więcej arkuszy maturalnych z matematyki na [mgr2.pl/arkusze](http://mgr2.pl/arkusze)



**Zadanie 4. (6 pkt)**

Trzy liczby tworzą ciąg arytmetyczny. Jeśli do pierwszej z nich dodamy 5, do drugiej 3, a do trzeciej 4, to otrzymamy rosnący ciąg geometryczny, w którym trzeci wyraz jest cztery razy większy od pierwszego. Znajdź te liczby.

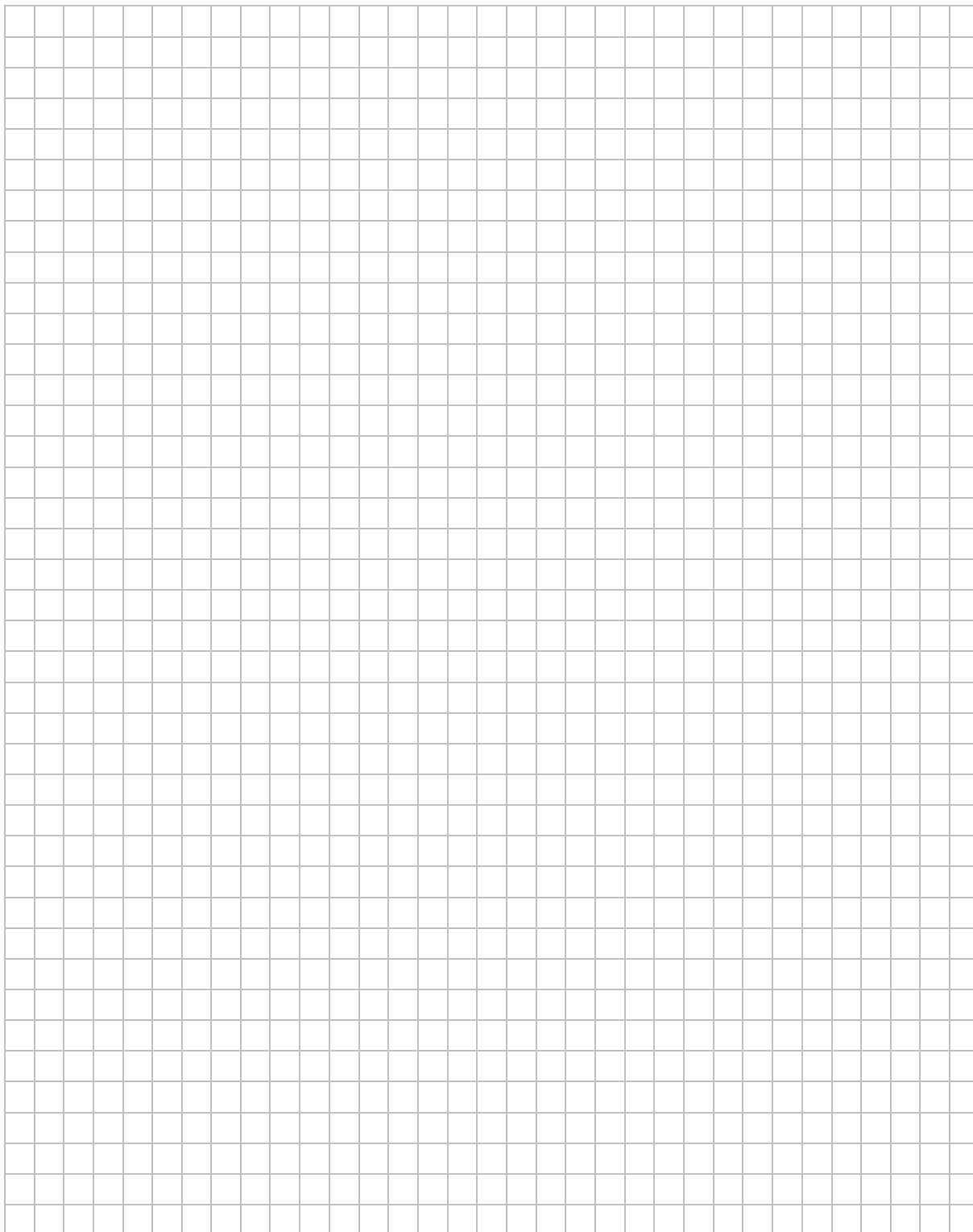


Więcej arkuszy maturalnych z matematyki na [mgr2.pl/arkusze](http://mgr2.pl/arkusze)

Odpowiedź: .....

**Zadanie 5. (4 pkt)**

Rozwiąż równanie  $\sin^2 2x - 4\sin^2 x + 1 = 0$  w przedziale  $\langle 0, 2\pi \rangle$ .



Więcej arkuszy maturalnych z matematyki na mgr2.pl/arkusze

Odpowiedź: .....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	4.	5.
	Maks. liczba pkt	6	4
	Uzyskana liczba pkt		

**Zadanie 6. (4 pkt)**

Rozwiąż nierówność  $|2x - 6| + |x + 7| \geq 17$ .

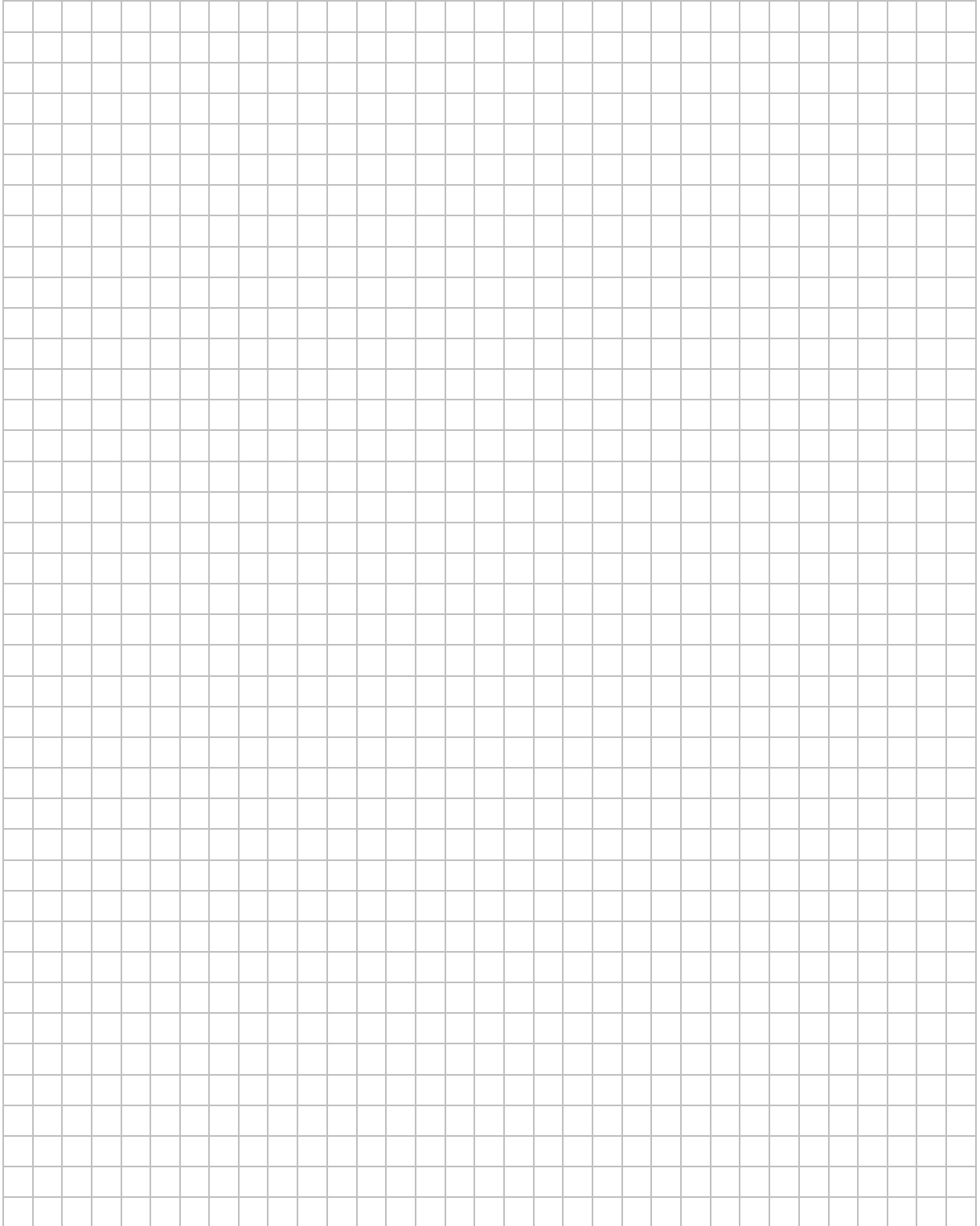


Więcej arkuszy maturalnych z matematyki na [mgr2.pl/arkusze](http://mgr2.pl/arkusze)

Odpowiedź: .....

**Zadanie 7. (4 pkt)**

O trapezie  $ABCD$  wiadomo, że można w niego wpisać okrąg, a ponadto długości jego boków  $AB, BC, CD, AD$  – w podanej kolejności – tworzą ciąg geometryczny. Uzasadnij, że trapez  $ABCD$  jest rombem.



Więcej arkuszy maturalnych z matematyki na mgr2.pl/arkusze

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	6.	7.
	Maks. liczba pkt	4	4
	Uzyskana liczba pkt		

**Zadanie 8. (4 pkt)**

Na boku  $AB$  trójkąta równobocznego  $ABC$  wybrano punkt  $D$  taki, że  $|AD| : |DB| = 2 : 3$ .  
Oblicz tangens kąta  $ACD$ .

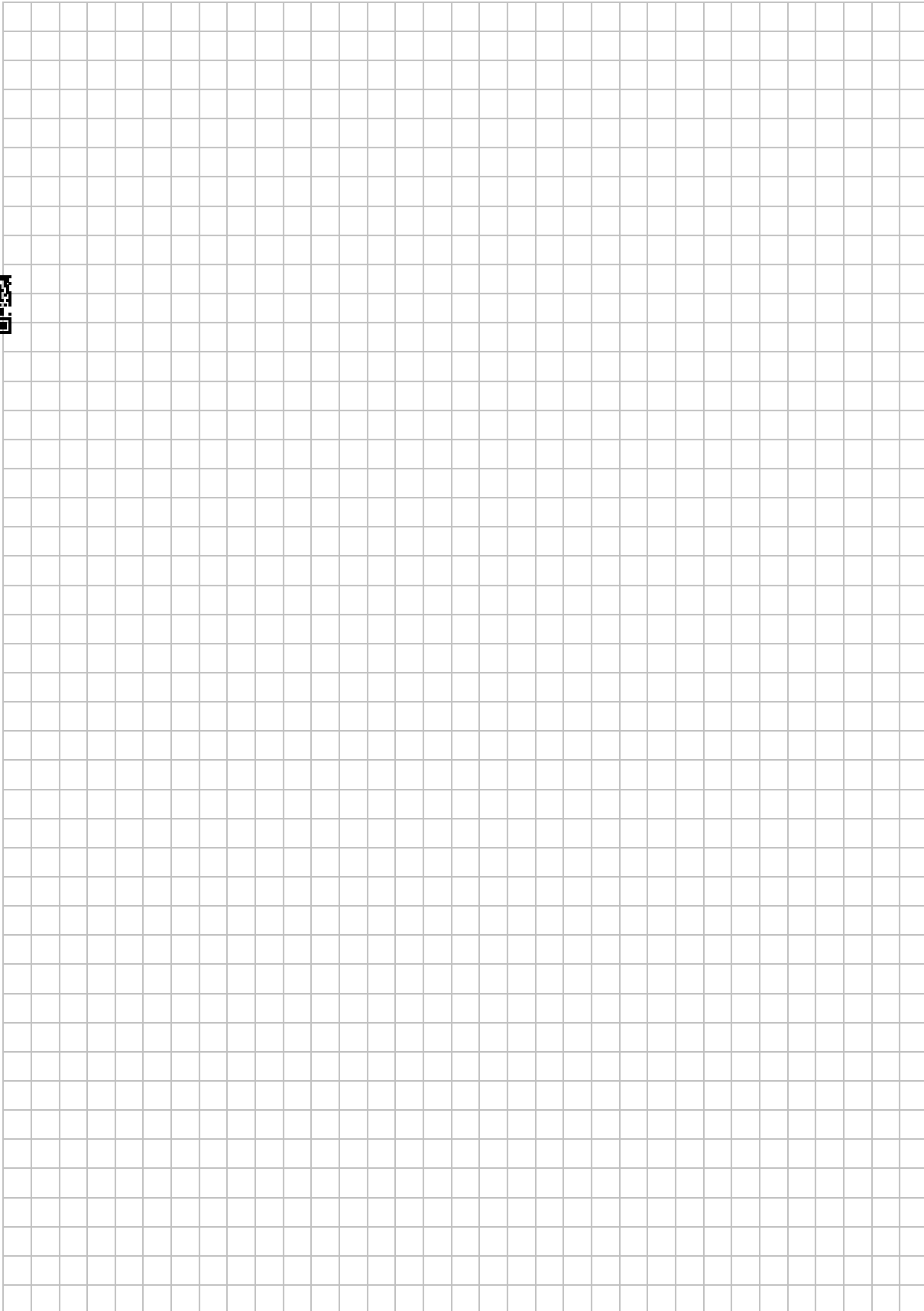


Więcej arkuszy maturalnych z matematyki na [mgr2.pl/arkusze](http://mgr2.pl/arkusze)



**Zadanie 9. (5 pkt)**

Wyznacz równania prostych stycznych do okręgu o równaniu  $x^2 + y^2 + 4x - 6y - 3 = 0$  i zarazem prostopadłych do prostej  $x + 2y - 6 = 0$ .

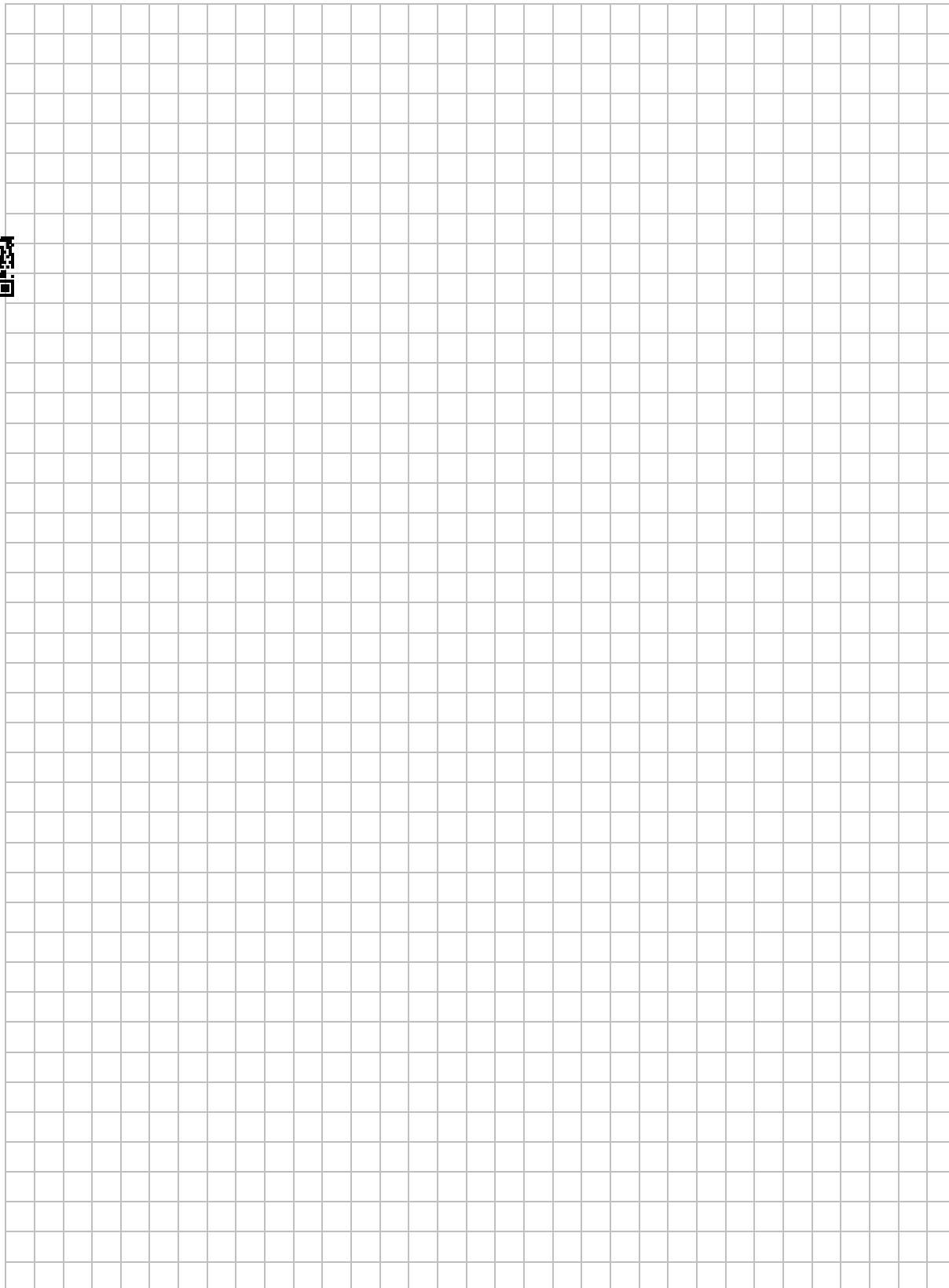


Więcej arkuszy maturalnych z matematyki na mgr2.pl/arkusze



**Zadanie 10. (6 pkt)**

Krawędź podstawy ostrosłupa prawidłowego czworokątnego  $ABCDS$  ma długość  $a$ . Ściana boczna jest nachylona do płaszczyzny podstawy ostrosłupa pod kątem  $2\alpha$ . Ostrosłup ten przecięto płaszczyzną, która przechodzi przez krawędź podstawy i dzieli na połowy kąt pomiędzy ścianą boczną i podstawą. Oblicz pole powstałego przekroju tego ostrosłupa.



Więcej arkuszy maturalnych z matematyki na mgr2.pl/arkusze



**Zadanie 11. (3 pkt)**

Rozważmy rzut sześcioma kostkami do gry, z których każda ma inny kolor. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że uzyskany wynik rzutu spełnia równocześnie trzy warunki:

- dokładnie na dwóch kostkach otrzymano po jednym oczku;
- dokładnie na trzech kostkach otrzymano po sześć oczek;
- suma wszystkich otrzymanych liczb oczek jest parzysta.



Więcej arkuszy maturalnych z matematyki na mgr2.pl/arkusze

Odpowiedź: .....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	11.
	Maks. liczba pkt	3
	Uzyskana liczba pkt	

**BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)**



Więcej arkuszy maturalnych z matematyki na [mgr2.pl/arkusze](http://mgr2.pl/arkusze)