

**WPISUJE ZDAJĄCY**

KOD			PESEL																

*miejsce  
na naklejkę*

dysleksja

**EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI**  
**POZIOM ROZSZERZONY**

**PRZYKŁADOWY ARKUSZ EGZAMINACYJNY**

DATA: **18 grudnia 2014 r.**

CZAS PRACY: **180 minut**

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

**Instrukcja dla zdającego**

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 21 stron (zadania 1–18).  
Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń  
w rozwiązaniu zadania otwartego może spowodować, że za to rozwiązanie  
nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
4. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub  
atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
7. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz  
kalkulatora prostego.
8. Na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę  
z kodem.
9. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.



Więcej arkuszy maturalnych z matematyki na mgr2.pl/arkusze

W każdym z zadań 1.–5. wybierz i zaznacz jedną poprawną odpowiedź.

**Zadanie 1. (0–1)**

Wielomian  $W(x) = 2x^3 - bx^2 - 1$  jest podzielny przez dwumian  $x + 1$ . Wynika stąd, że

- A.  $b = -3$       B.  $b = -1$       C.  $b = 1$       D.  $b = 3$

**Zadanie 2. (0–1)**

Okrąg o równaniu  $(x + 2)^2 + (y - 2)^2 = 4$  ma dwa punkty wspólne z prostą o równaniu

- A.  $x = 0$       B.  $y = 0$       C.  $y = -x$       D.  $y = x$



**Zadanie 3. (0–1)**

Funkcja określona dla każdej liczby rzeczywistej  $x$  wzorem  $f(x) = x^5 + 5x - 1$

- A. ma więcej niż dwa minima lokalne.  
B. ma dokładnie dwa minima lokalne.  
C. ma dokładnie jedno minimum lokalne.  
D. nie ma minimum lokalnego.

**Zadanie 4. (0–1)**

Każda liczba  $x$  należąca do przedziału otwartego  $x \in \left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}\right)$  spełnia nierówność

- A.  $\operatorname{tg} x > \sin x$   
B.  $\cos x > \sin x$   
C.  $\cos x > \operatorname{tg} x$   
D.  $\operatorname{tg} x > \cos x$

**Zadanie 5. (0–1)**

Funkcja  $f$  jest określona dla wszystkich liczb rzeczywistych wzorem  $f(x) = 3^{x-2} + 3$ . Prosta  $l$  ma równanie  $y = 3,3$ . Ile punktów wspólnych mają wykres funkcji  $f$  i prosta  $l$ ?

- A. Zero.  
B. Jeden.  
C. Dwa.  
D. nieskończenie wiele.

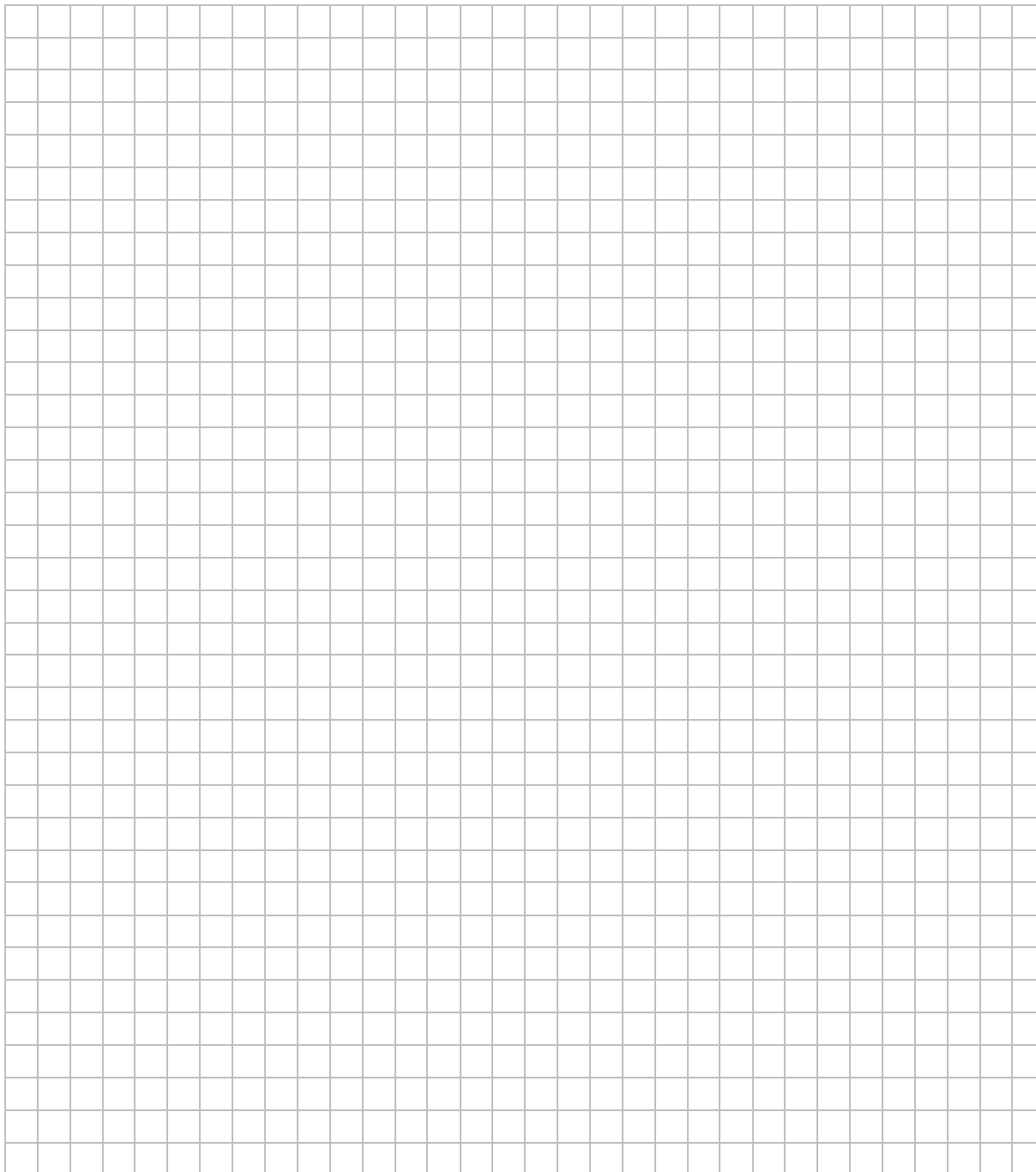




Rozwiązania zadań 7.–18. należy zapisać w wyznaczonych miejscach pod treścią zadania.

**Zadanie 7. (0–2)**

Długości boków prostokąta są równe 3 oraz 5. Oblicz sinus kąta ostrego, który tworzą przekątne tego prostokąta.



Więcej arkuszy maturalnych z matematyki na [mgr2.pl/arkusze](http://mgr2.pl/arkusze)

Odpowiedź: .....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	6.	7.
	Maks. liczba pkt	2	2
	Uzyskana liczba pkt		

**Zadanie 8. (0–2)**

Oblicz granicę  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n^2}{n+2} - \frac{(n+2)^2}{n+444} \right)$ .

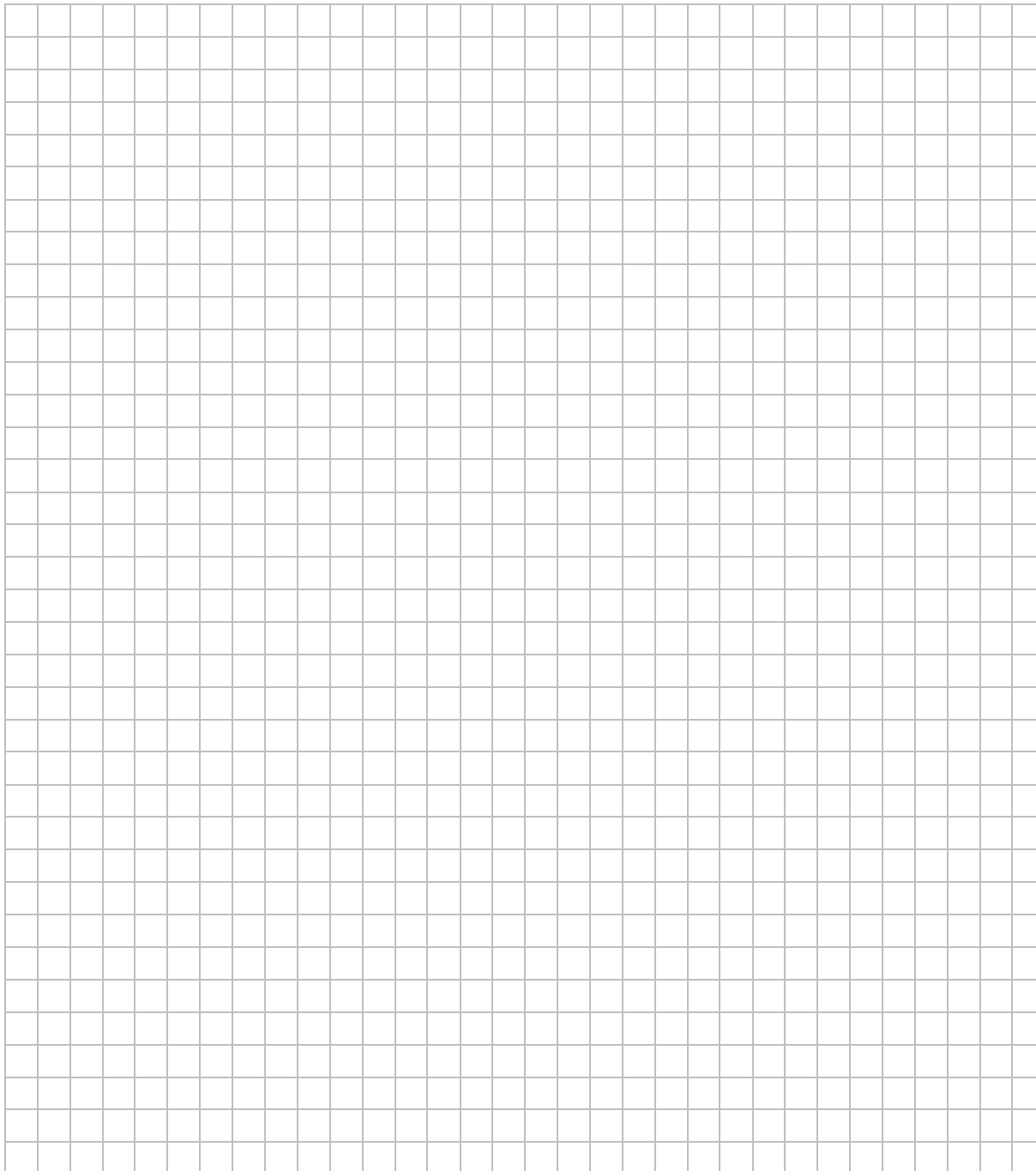


Więcej arkuszy maturalnych z matematyki na [mgr2.pl/arkusze](http://mgr2.pl/arkusze)

Odpowiedź: .....

**Zadanie 9. (0–2)**

Funkcja  $f$  jest określona wzorem  $f(x) = \frac{x^2}{x-4}$  dla każdej liczby rzeczywistej  $x \neq 4$ . Oblicz pochodną funkcji  $f$  w punkcie  $x=12$ .



Więcej arkuszy maturalnych z matematyki na [mgr2.pl/arkusze](http://mgr2.pl/arkusze)

Odpowiedź: .....

<b>Wypełnia egzaminator</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>8.</b>	<b>9.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>2</b>	<b>2</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>		

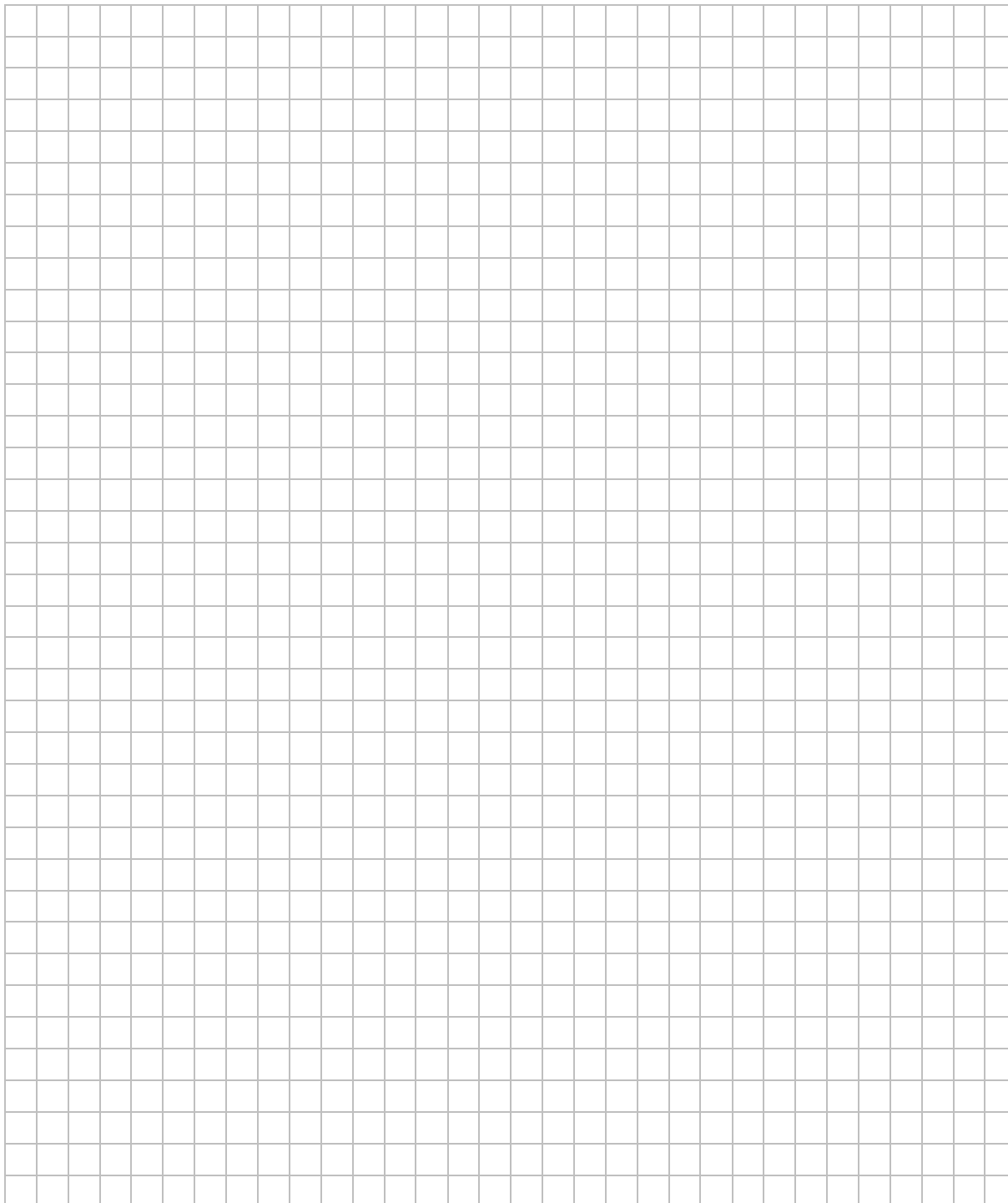
**Zadanie 10. (0–3)**

Funkcja  $f$  jest określona wzorem  $f(x) = x^4$  dla każdej liczby rzeczywistej  $x$ . Wyznacz równanie prostej stycznej do wykresu funkcji  $f$ , która jest równoległa do prostej  $y = 4x + 7$ .



Więcej arkuszy maturalnych z matematyki na mgr2.pl/arkusze

Odpowiedź: .....

**Zadanie 11. (0–3)**Wyznacz wszystkie liczby rzeczywiste  $x$ , spełniające równanie  $\sin 5x - \sin x = 0$ .

Więcej arkuszy maturalnych z matematyki na mgr2.pl/arkusze

Odpowiedź: .....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	10.	11.
	Maks. liczba pkt	3	3
	Uzyskana liczba pkt		

**Zadanie 12. (0–3)**

Niech  $P_n$  oznacza pole koła o promieniu  $\frac{1}{2^n}$ , dla  $n \geq 1$ . Oblicz sumę wszystkich wyrazów ciągu  $(P_n)$ .

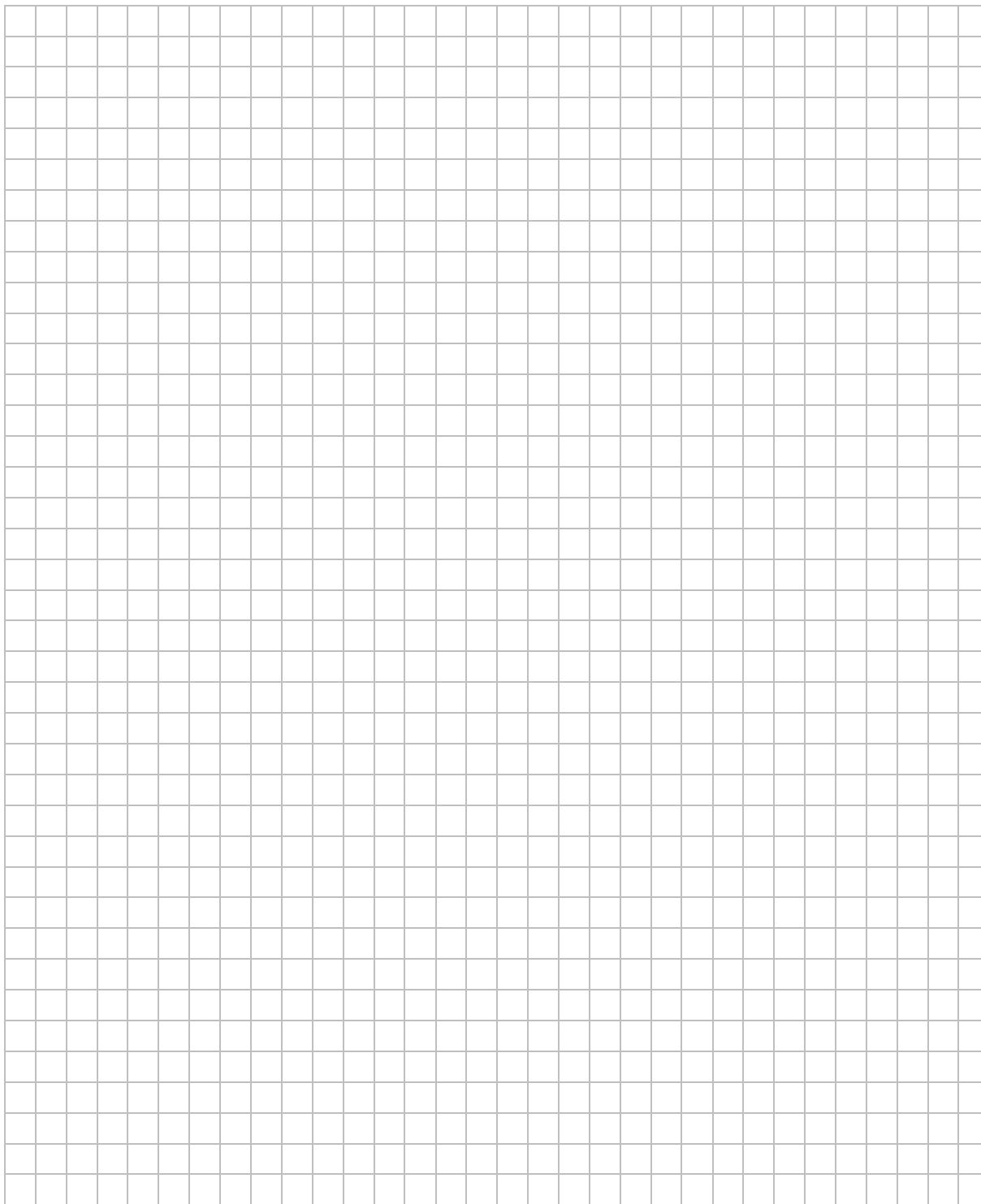


Więcej arkuszy maturalnych z matematyki na [mgr2.pl/arkusze](http://mgr2.pl/arkusze)

Odpowiedź: .....

**Zadanie 13. (0–3)**

Wykaż, że jeżeli  $a > b \geq 1$ , to  $\frac{a}{2+a^3} < \frac{b}{2+b^3}$ .



Więcej arkuszy maturalnych z matematyki na mgr2.pl/arkusze

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	12.	13.
	Maks. liczba pkt	3	3
	Uzyskana liczba pkt		

**Zadanie 14. (0–4)**

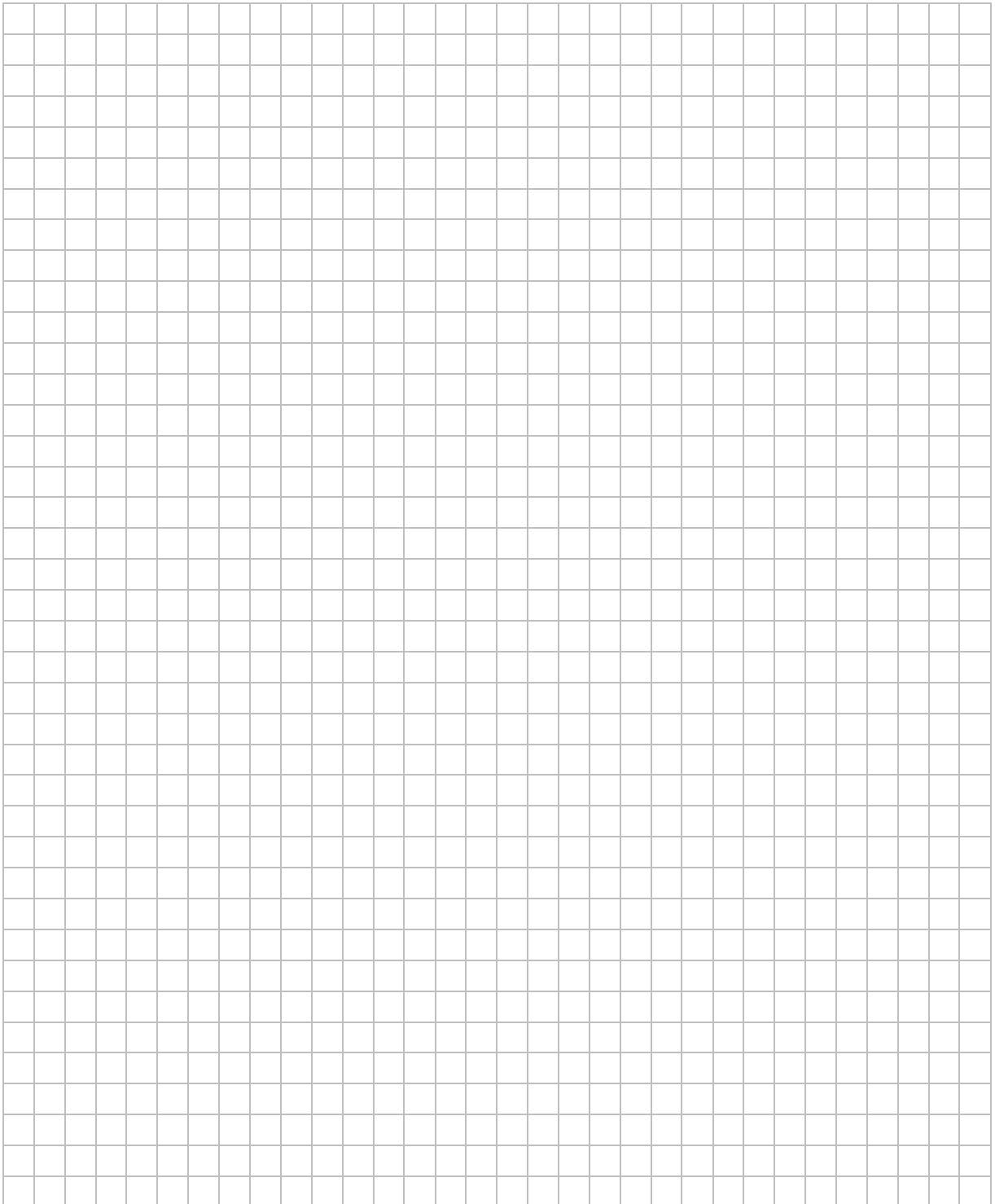
Wykaż, że jeżeli  $\alpha, \beta, \gamma$  są kątami wewnętrznymi trójkąta i  $\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta < \sin^2 \gamma$ , to  $\cos \gamma < 0$ .



Więcej arkuszy maturalnych z matematyki na [mgr2.pl/arkusze](http://mgr2.pl/arkusze)

**Zadanie 15. (0–3)**

Punkt  $E$  jest środkiem boku  $BC$  prostokąta  $ABCD$ , w którym  $AB > BC$ . Punkt  $F$  leży na boku  $CD$  tego prostokąta oraz  $\sphericalangle AEF = 90^\circ$ . Udowodnij, że  $\sphericalangle BAE = \sphericalangle EAF$ .




Więcej arkuszy maturalnych z matematyki na [mgr2.pl/arkusze](http://mgr2.pl/arkusze)

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	14.	15.
	Maks. liczba pkt	4	3
	Uzyskana liczba pkt		

**Zadanie 16. (0–5)**

Oblicz prawdopodobieństwo warunkowe, że w trzykrotnym rzucie symetryczną sześcienną kostką do gry otrzymamy co najmniej jedną „jedynekę”, pod warunkiem że otrzymamy co najmniej jedną „szóstkę”.

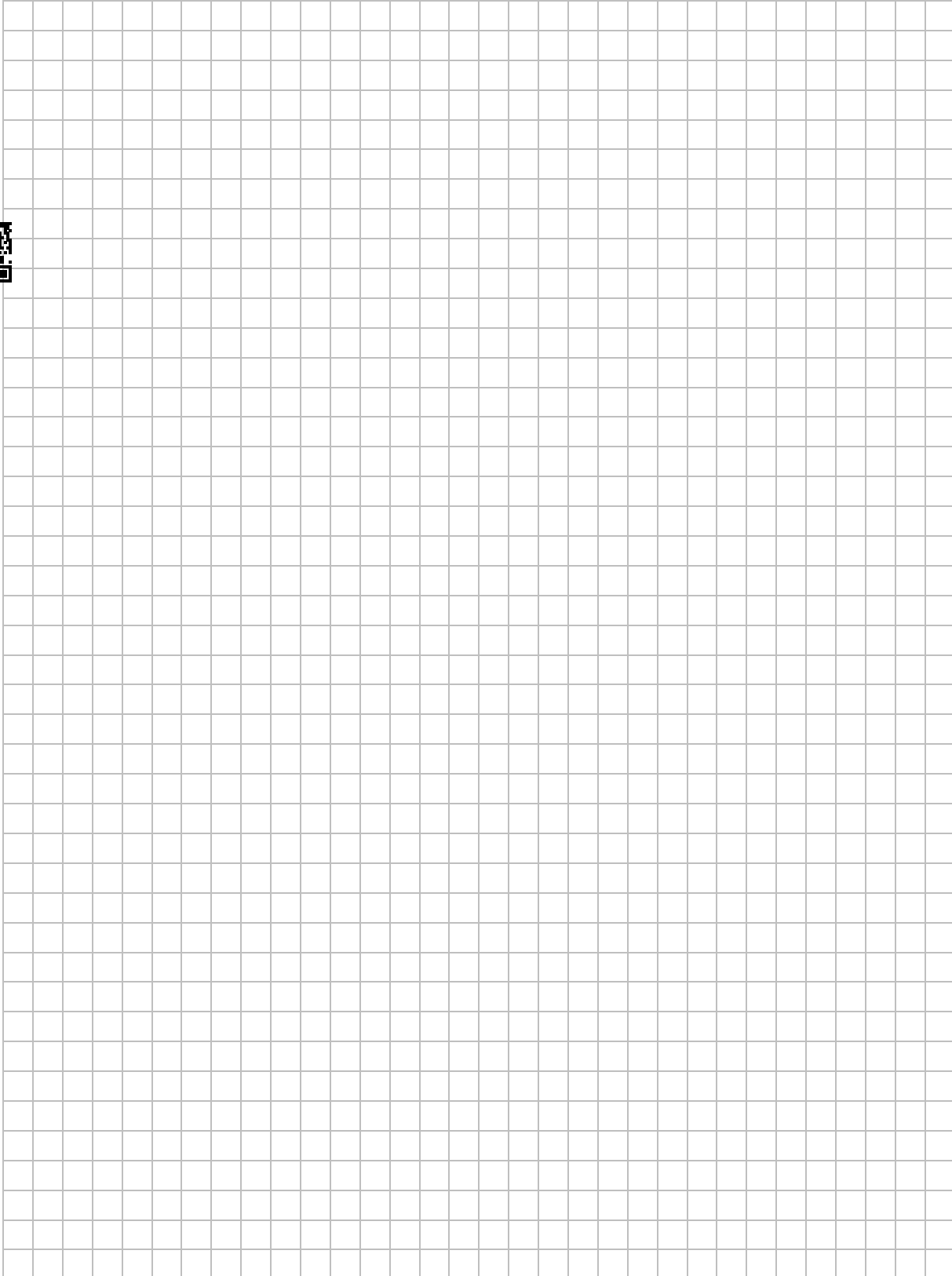


Więcej arkuszy maturalnych z matematyki na [mgr2.pl/arkusze](http://mgr2.pl/arkusze)



**Zadanie 17. (0–6)**

Dany jest okrąg  $o_0$  o równaniu  $(x-3)^2 + (y-1)^2 = 1$ . W pierwszej „ćwiartce” układu współrzędnych istnieją dwa okręgi  $o_1, o_2$  styczne zewnętrznie do okręgu  $o_0$  i jednocześnie styczne do obu osi układu współrzędnych. Oblicz odległość środków okręgów  $o_1$  oraz  $o_2$ .

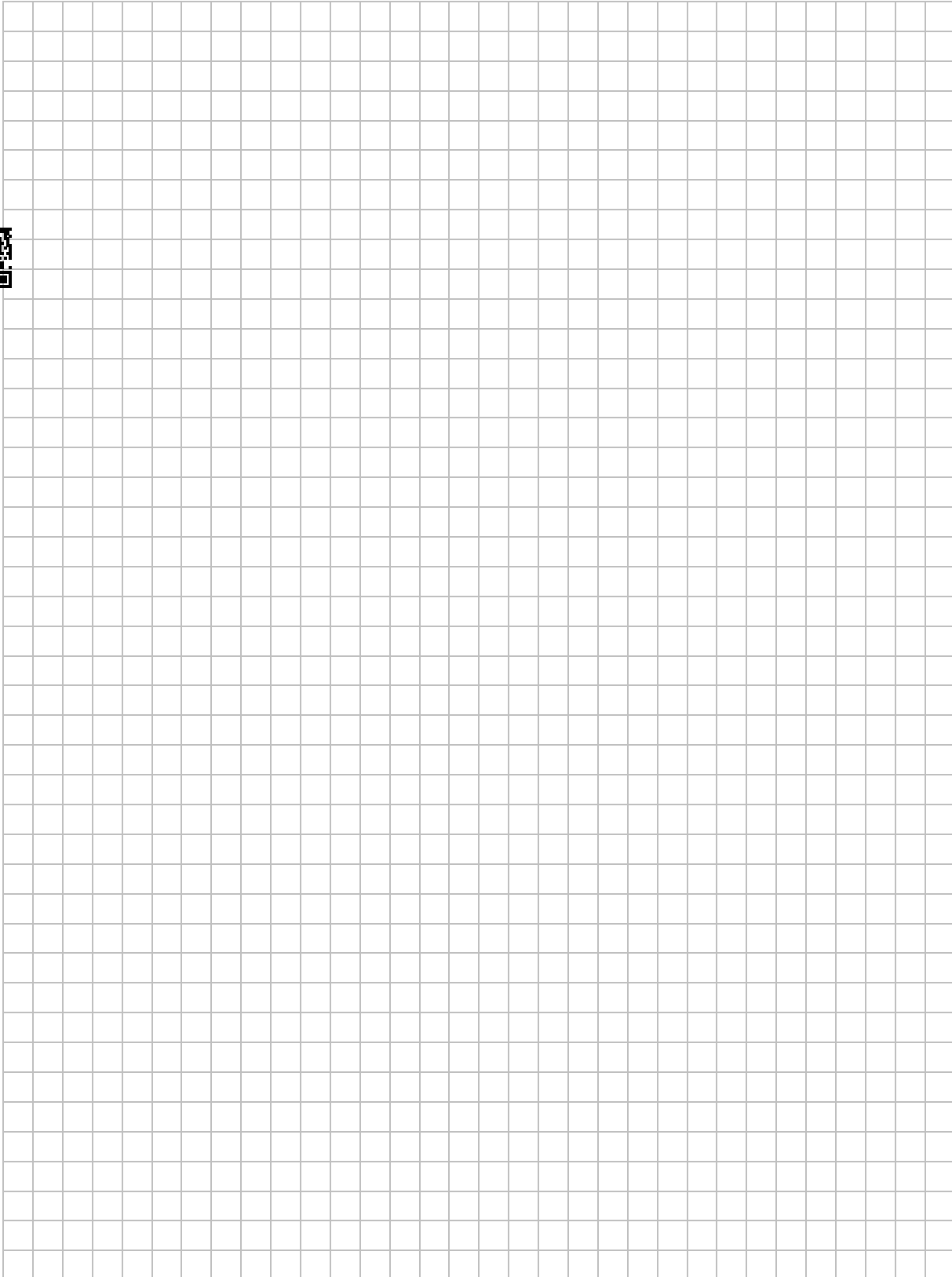


Więcej arkuszy maturalnych z matematyki na [mgr2.pl/arkusze](http://mgr2.pl/arkusze)



**Zadanie 18. (0–7)**

Okno na poddaszu ma mieć kształt trapezu równoramiennego, którego krótsza podstawa i ramiona mają długość po 4 dm. Oblicz, jaką długość powinna mieć dłuższa podstawa tego trapezu, aby do pomieszczenia wpadało przez to okno jak najwięcej światła, czyli aby pole powierzchni okna było największe. Oblicz to pole.



Więcej arkuszy maturalnych z matematyki na [mgr2.pl/arkusze](http://mgr2.pl/arkusze)



## BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)



Więcej arkuszy maturalnych z matematyki na [mgr2.pl/arkusze](http://mgr2.pl/arkusze)



Więcej arkuszy maturalnych z matematyki na [mgr2.pl/arkusze](http://mgr2.pl/arkusze)

