

WYPEŁNIA ZDAJĄCY

KOD			PESEL																	

miejsce  
na naklejkę

# PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI POZIOM ROZSZERZONY



DATA: **kwiecień 2020 r.**  
CZAS PRACY: **180 minut**  
LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

## Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 20 stron (zadania 1–15). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania i odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym przy każdym zadaniu.
3. W rozwiązaniach zadań rachunkowych przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
4. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
7. Możesz korzystać z *Wybranych wzorów matematycznych*, linijki oraz kalkulatora prostego.
8. Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
9. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.

NOWA FORMUŁA

MMA-R1\_1P

W zadaniach od 1. do 4. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

**Zadanie 1. (0–1)**

Niech  $L = \log_{\sqrt{2}} 2 \cdot \log_2 \sqrt{3} \cdot \log_{\sqrt{3}} 4$ . Wtedy

- A.  $L = 1$                       B.  $L = 2$                       C.  $L = 3$                       D.  $L = 4$

**Zadanie 2. (0–1)**

Okrąg o równaniu  $(x-3)^2 + (y+7)^2 = 625$  jest styczny do okręgu o środku  $S = (12, 5)$  i promieniu  $r$ . Wynika stąd, że

- A.  $r = 5$                       B.  $r = 15$                       C.  $r = 10$                       D.  $r = 20$

**Zadanie 3. (0–1)**

Liczba  $\sqrt{(1-\sqrt{2})^2} + \sqrt{(2-\sqrt{2})^2}$  jest równa

- A. 1                      B. -1                      C.  $3-2\sqrt{2}$                       D.  $2\sqrt{2}+1$

**Zadanie 4. (0–1)**

Spośród poniższych nierówności wskaż tę, którą spełniają dokładnie trzy liczby całkowite.

- A.  $\left|\frac{3}{4}x+5\right|<2$                       B.  $\left|\frac{4}{3}x+5\right|<2$                       C.  $\left|\frac{3}{5}x+4\right|<2$                       D.  $\left|\frac{4}{5}x+3\right|<2$





**Zadanie 5. (0–2)**

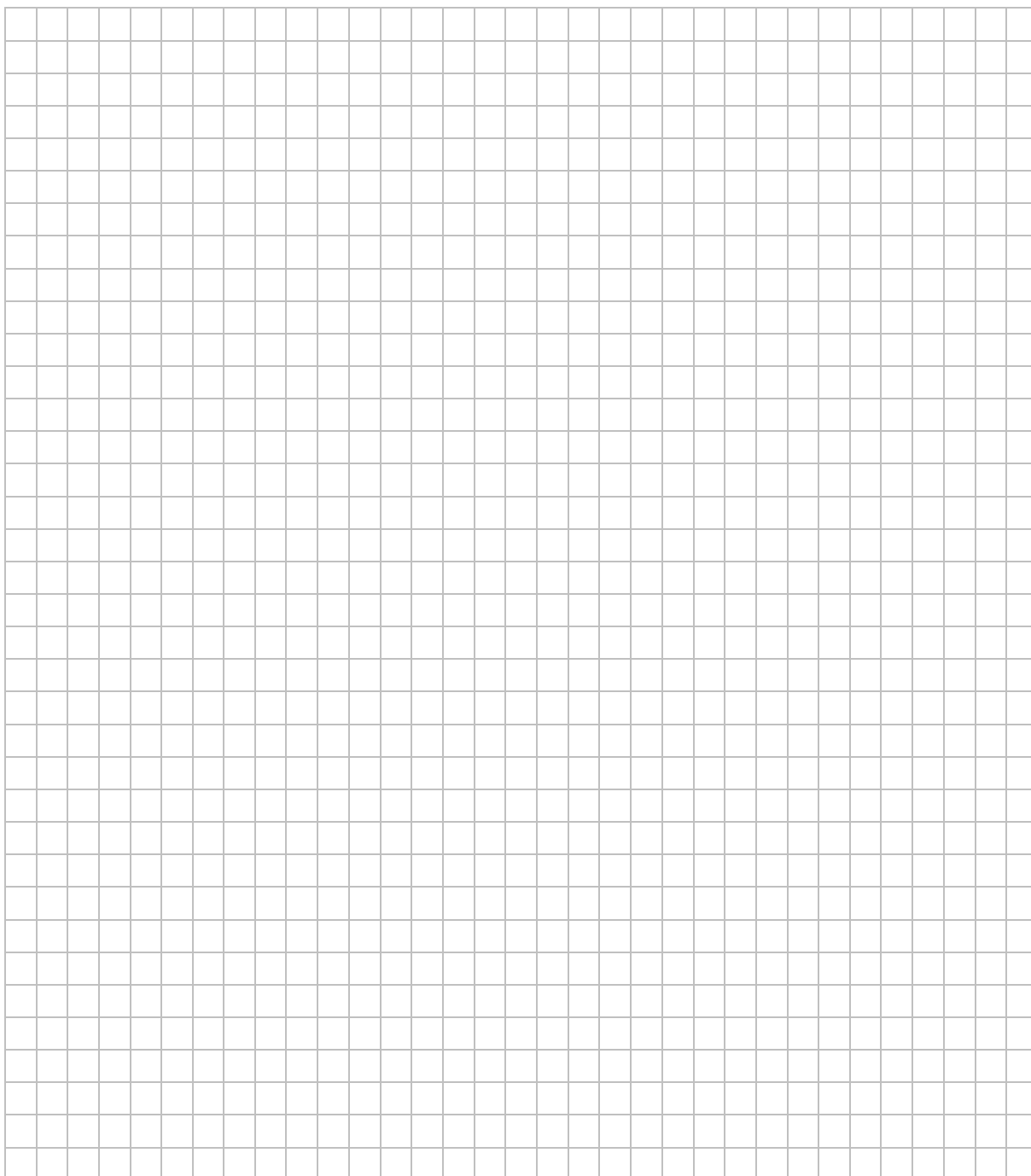
Oblicz współczynnik kierunkowy stycznej do wykresu funkcji  $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$ , określonej dla

każdej liczby rzeczywistej  $x \neq 1$ , poprowadzonej w punkcie  $A = \left(6, \frac{36}{5}\right)$  tego wykresu.

W poniższe kratki wpisz kolejno cyfrę jedności, pierwszą i drugą cyfrę po przecinku skończonego rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

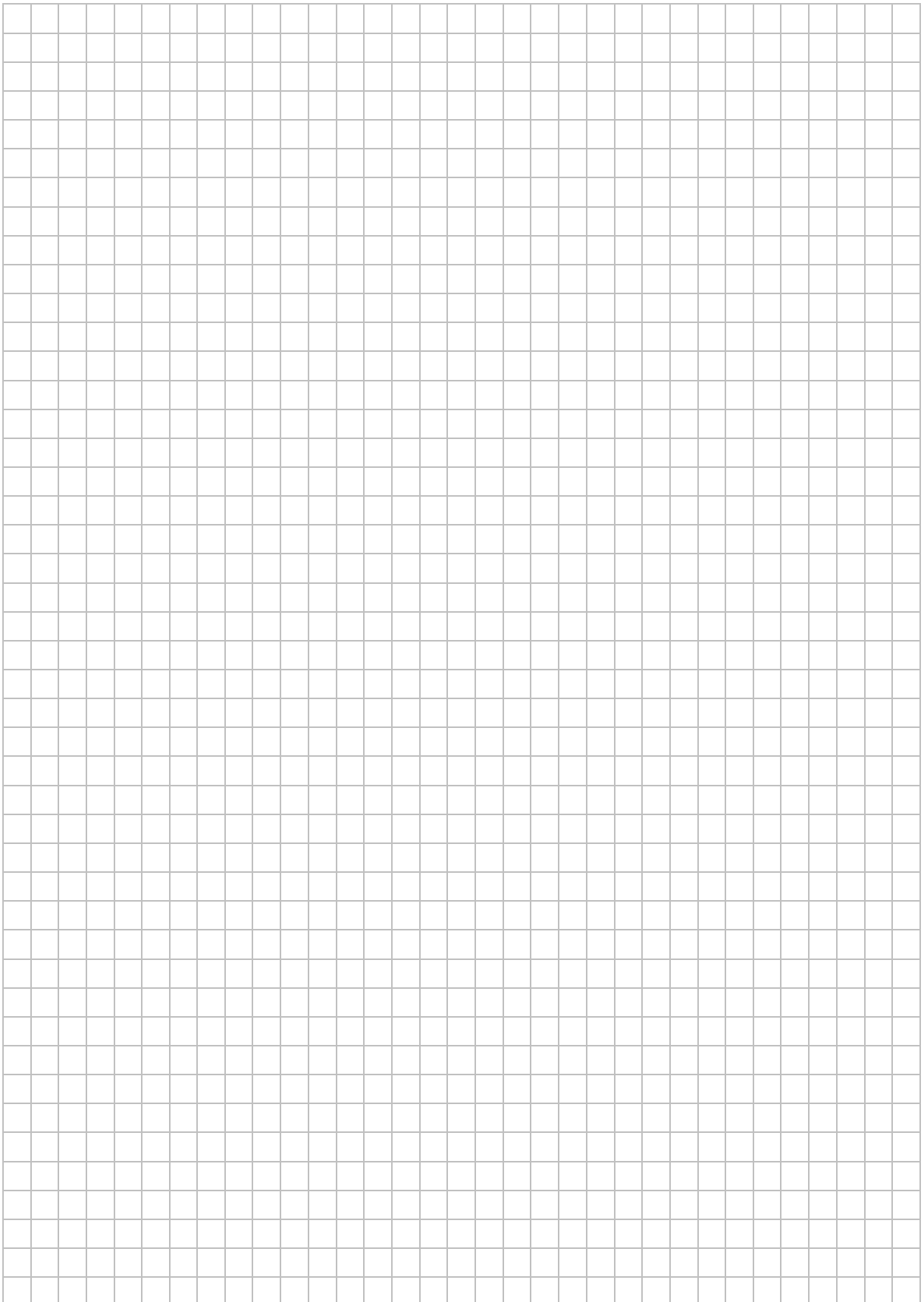
--	--	--

**BRUDNOPIS** (*nie podlega ocenie*)



**Zadanie 6. (0–3)**

W trójkącie  $ABC$  kąt  $BAC$  jest dwa razy większy od kąta  $ABC$ . Wykaż, że prawdziwa jest równość  $|BC|^2 - |AC|^2 = |AB| \cdot |AC|$ .

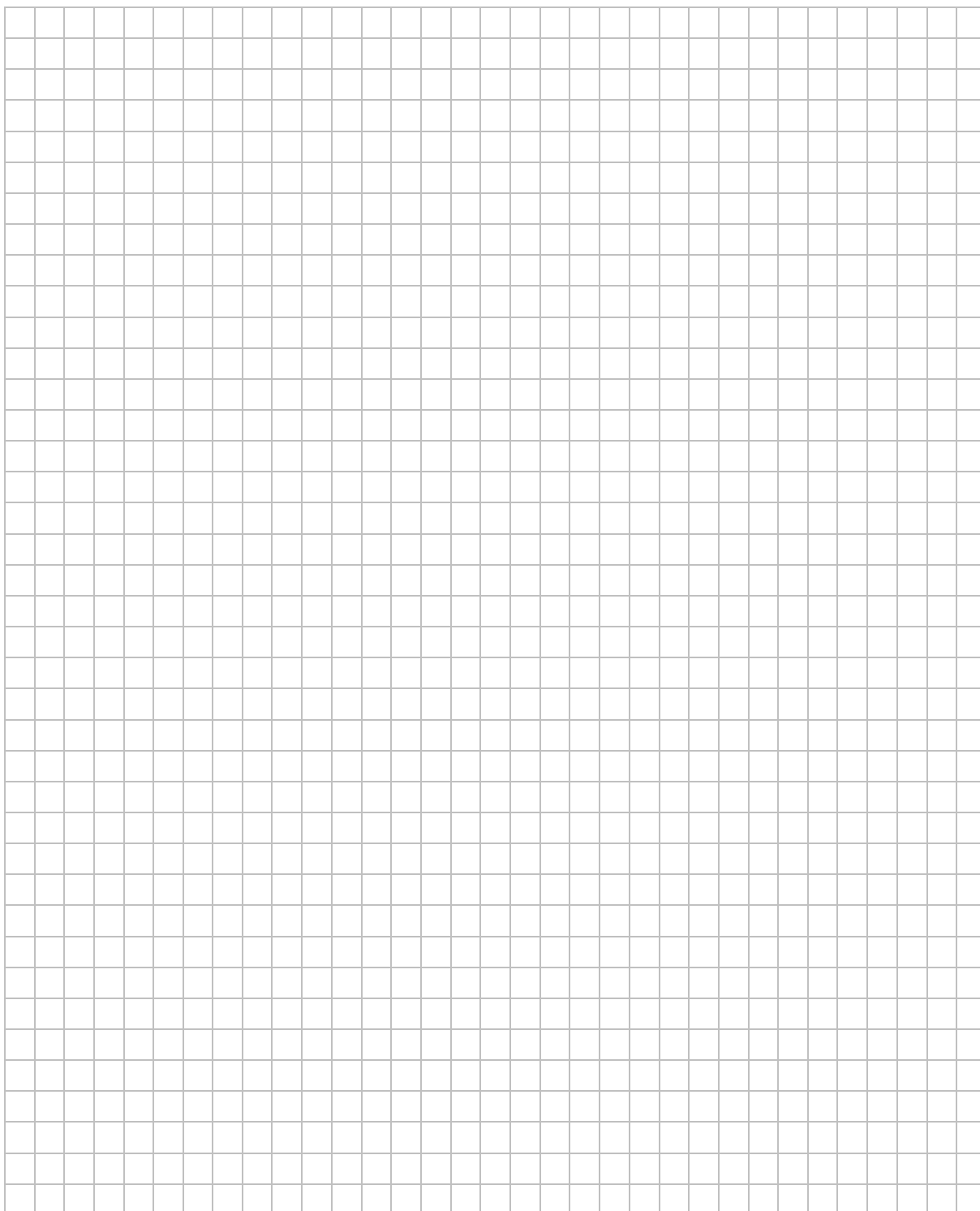


Więcej arkuszy maturalnych z matematyki na [mgr2.pl/arkusze](http://mgr2.pl/arkusze)

**Zadanie 7. (0–3)**

Udowodnij, że dla dowolnego kąta  $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$  prawdziwa jest nierówność

$$\sin\left(\frac{\pi}{12} - \alpha\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{12} + \alpha\right) < \frac{1}{4}.$$

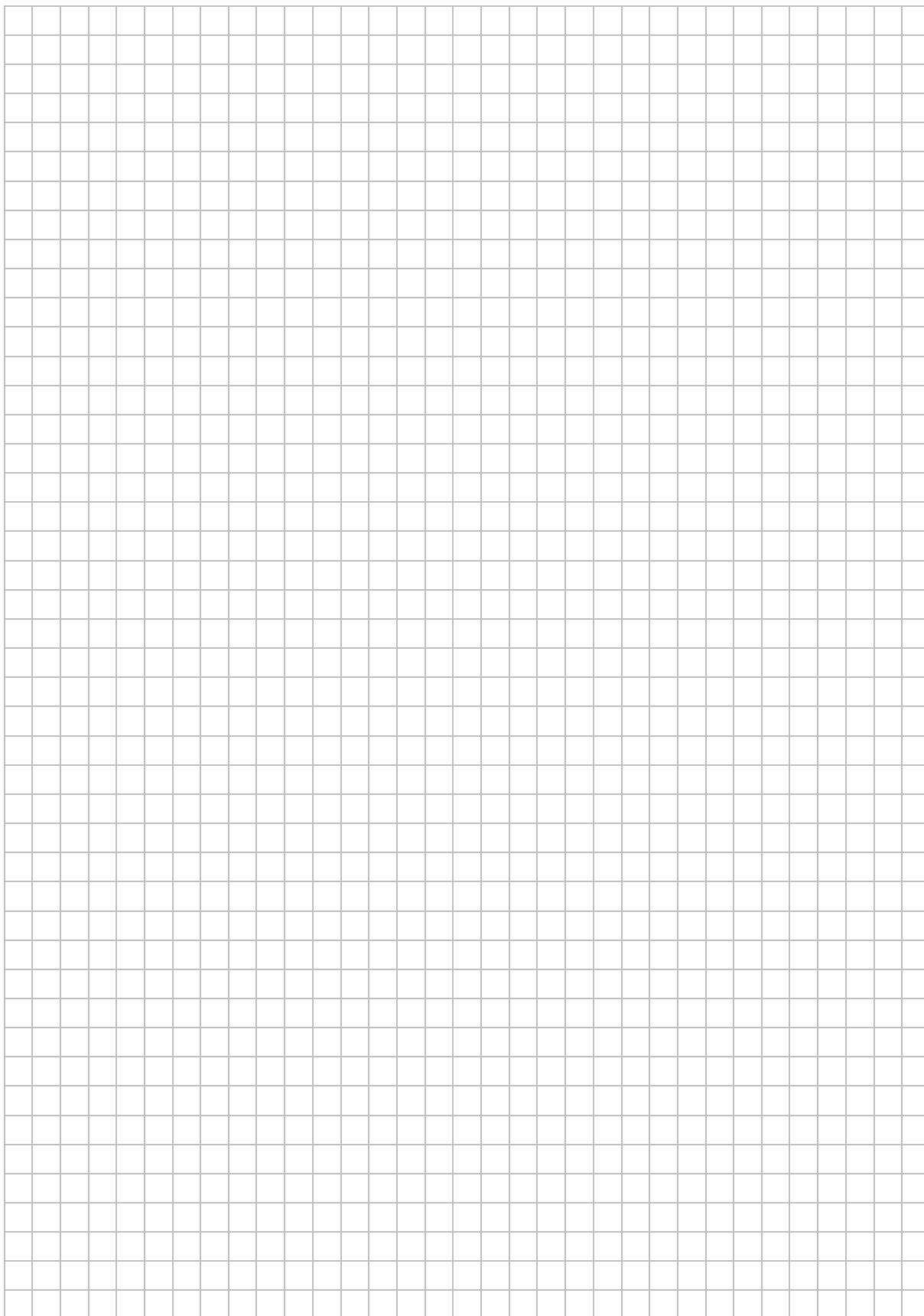


Więcej arkuszy maturalnych z matematyki na [mgr2.pl/arkusze](http://mgr2.pl/arkusze)

<b>Wypełnia egzaminator</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>5.</b>	<b>6.</b>	<b>7.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>3</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>			

**Zadanie 8. (0–3)**

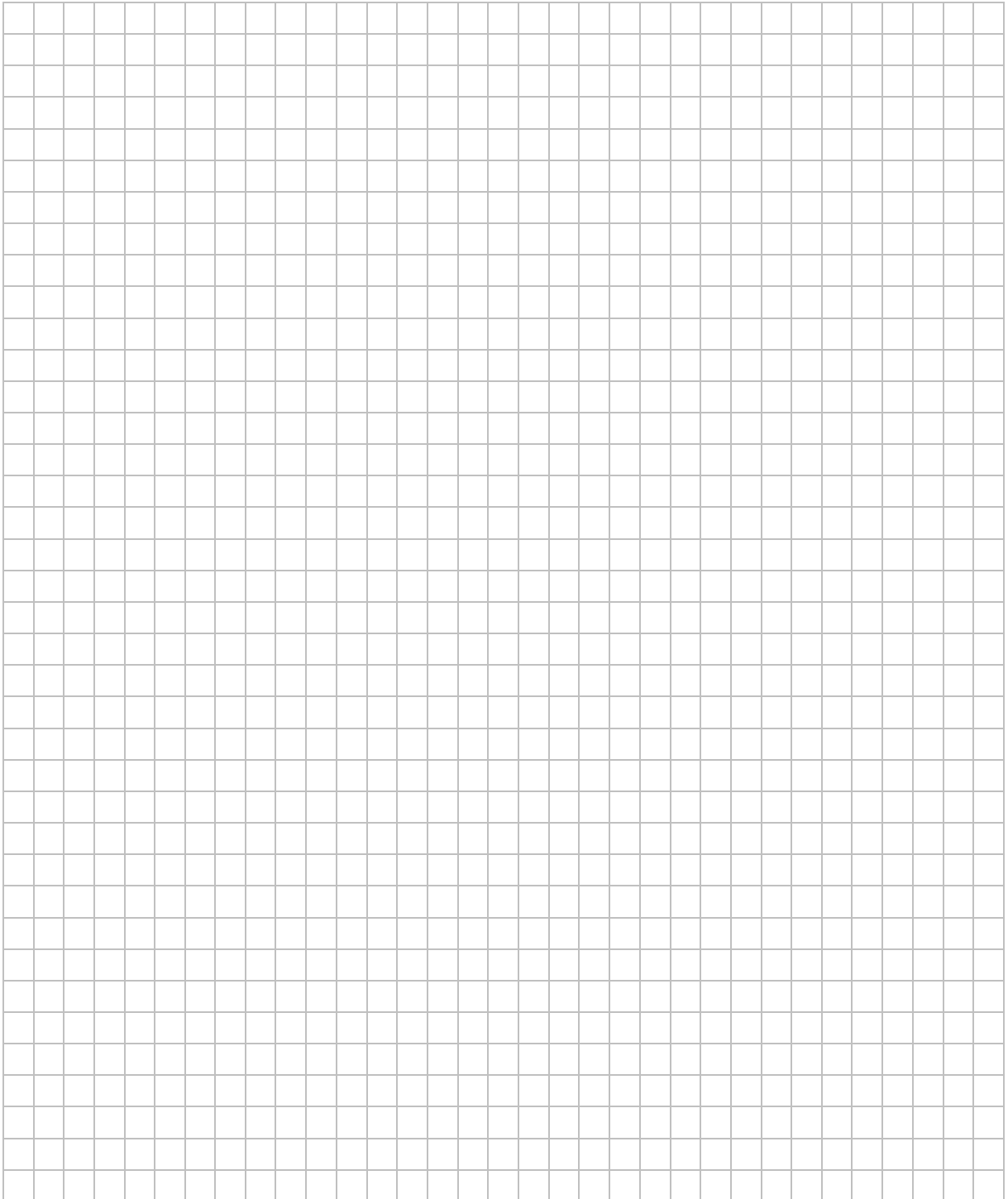
Wykaż, że równanie  $x^8 + x^2 = 2(x^4 + x - 1)$  ma tylko jedno rozwiązanie rzeczywiste  $x = 1$ .



Więcej arkuszy maturalnych z matematyki na [mgr2.pl/arkusze](http://mgr2.pl/arkusze)

**Zadanie 9. (0–4)**

Ze zbioru wszystkich liczb naturalnych ośmiocyfrowych, w których zapisie dziesiętnym występują tylko cyfry ze zbioru  $\{0, 1, 3, 5, 7, 9\}$ , losujemy jedną. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że suma cyfr wylosowanej liczby jest równa 3.



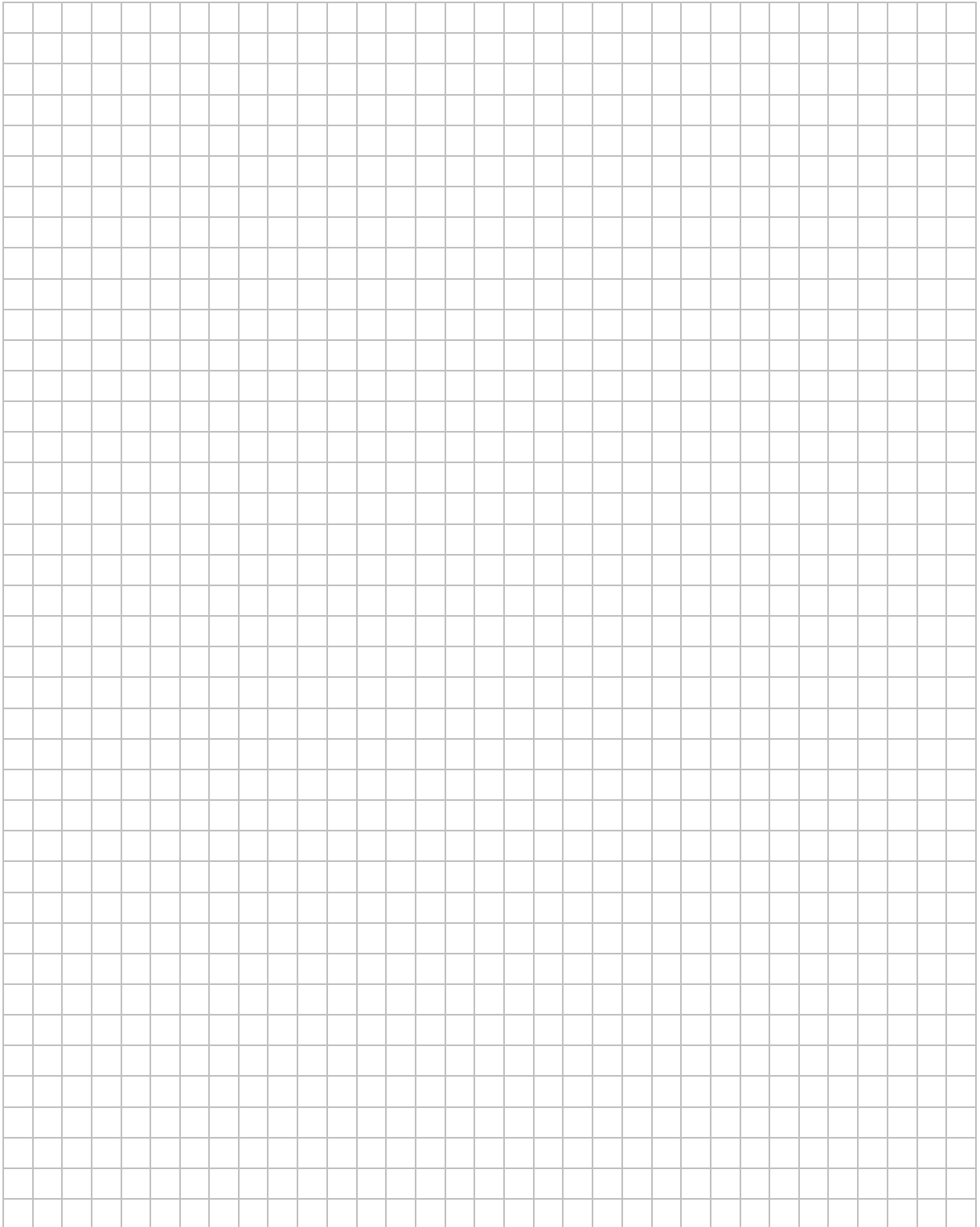
Więcej arkuszy maturalnych z matematyki na [mgr2.pl/arkusze](http://mgr2.pl/arkusze)

Odpowiedź: .....

<b>Wypełnia egzaminator</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>8.</b>	<b>9.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>3</b>	<b>4</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>		

**Zadanie 10. (0–4)**

Dany jest rosnący ciąg geometryczny  $(a, aq, aq^2)$ , którego wszystkie wyrazy i iloraz są liczbami całkowitymi nieparzystymi. Jeśli największy wyraz ciągu zmniejszymy o 4, to otrzymamy ciąg arytmetyczny. Oblicz wyraz  $aq$  tego ciągu.

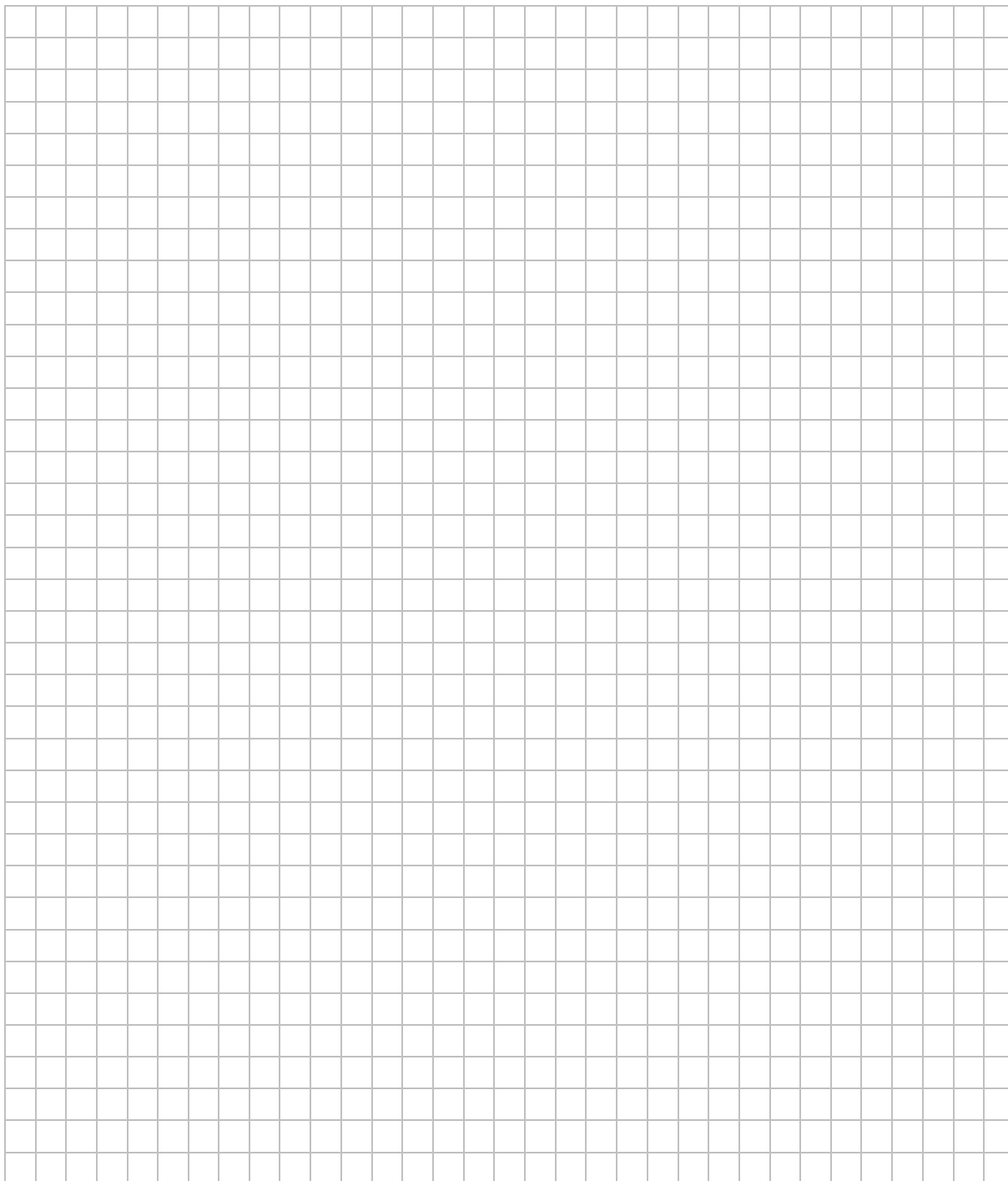


Więcej arkuszy maturalnych z matematyki na [mgr2.pl/arkusze](http://mgr2.pl/arkusze)

Odpowiedź: .....

**Zadanie 11. (0–4)**

Dany jest nieskończony ciąg okręgów  $(o_n)$  o równaniach  $x^2 + y^2 = 2^{11-n}$ ,  $n \geq 1$ . Niech  $P_k$  będzie pierścieniem ograniczonym zewnętrznym okręgiem  $o_{2k-1}$  i wewnętrznym okręgiem  $o_{2k}$ . Oblicz sumę pól wszystkich pierścieni  $P_k$ , gdzie  $k \geq 1$ .



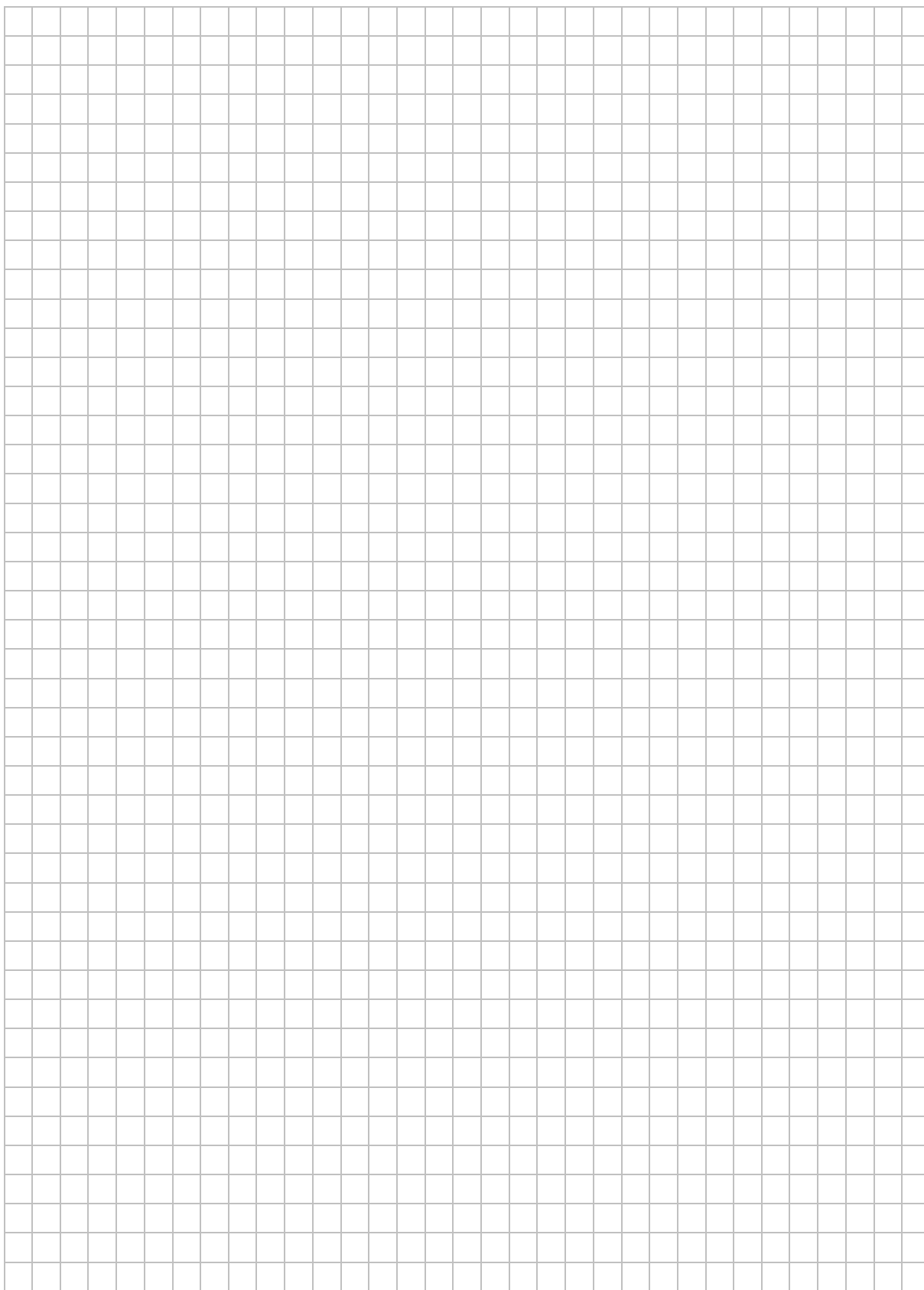
Więcej arkuszy maturalnych z matematyki na [mgr2.pl/arkusze](http://mgr2.pl/arkusze)

Odpowiedź: .....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	10.	11.
	Maks. liczba pkt	4	4
	Uzyskana liczba pkt		

**Zadanie 12. (0–5)**

Trapez prostokątny  $ABCD$  o podstawach  $AB$  i  $CD$  jest opisany na okręgu. Ramię  $BC$  ma długość 10, a ramię  $AD$  jest wysokością trapezu. Podstawa  $AB$  jest 2 razy dłuższa od podstawy  $CD$ . Oblicz pole tego trapezu.

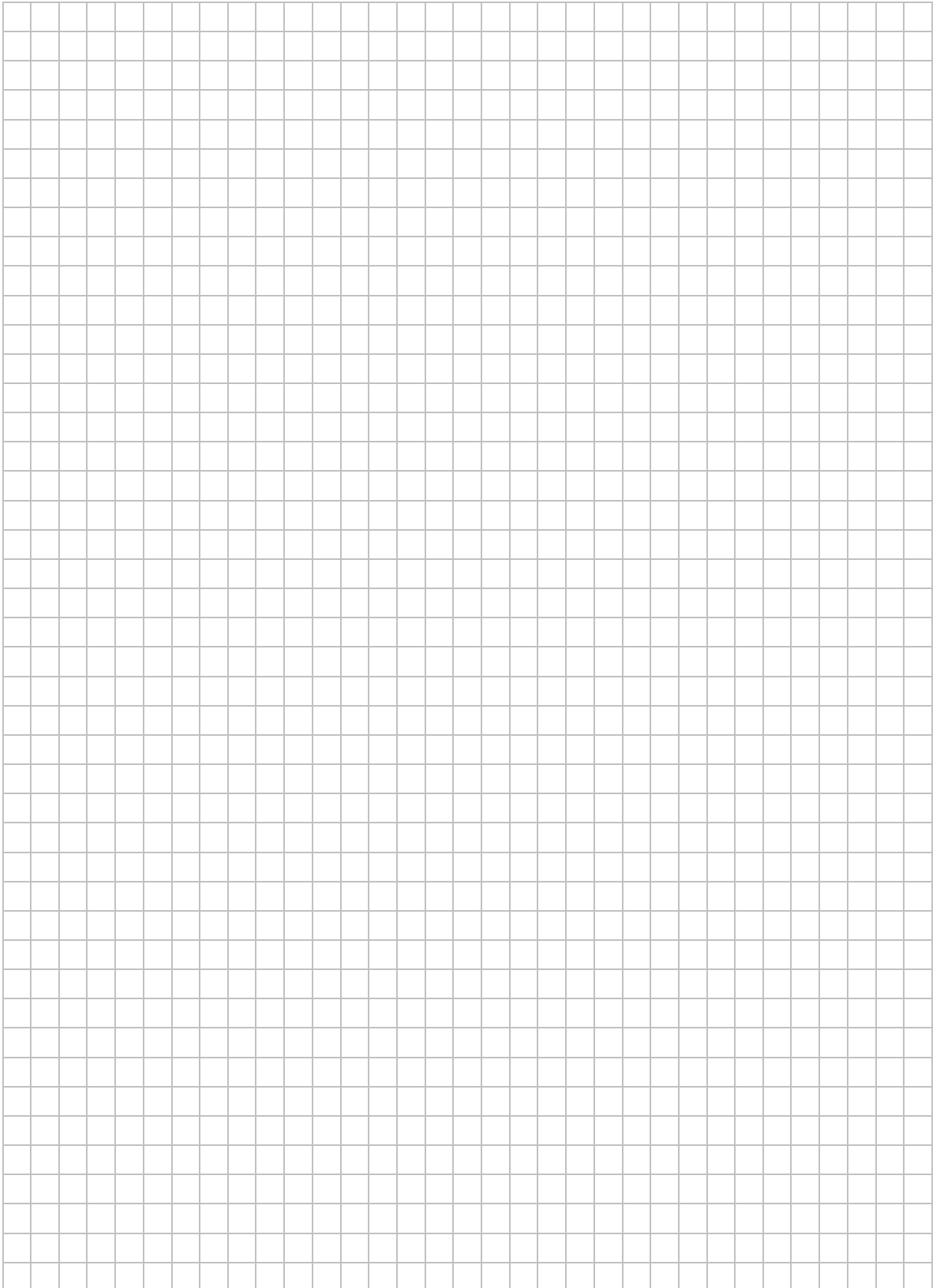


Więcej arkuszy maturalnych z matematyki na [mgr2.pl/arkusze](http://mgr2.pl/arkusze)



**Zadanie 13. (0–5)**

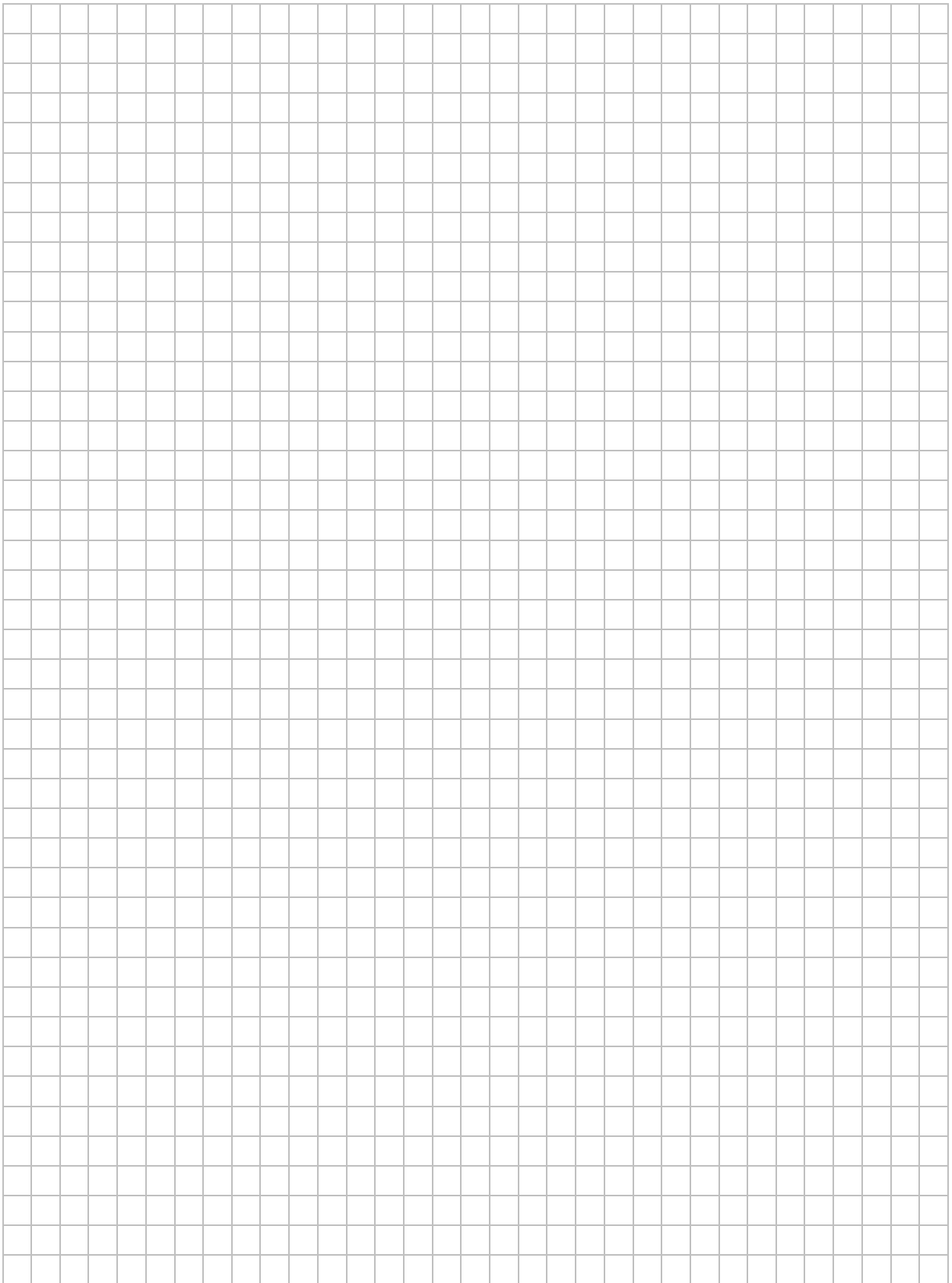
Wierzchołki  $A$  i  $B$  trójkąta prostokątnego  $ABC$  leżą na osi  $Oy$  układu współrzędnych. Okrąg wpisany w ten trójkąt jest styczny do boków  $AB$ ,  $BC$  i  $CA$  w punktach – odpowiednio –  $P=(0,10)$ ,  $Q=(8,6)$  i  $R=(9,13)$ . Oblicz współrzędne wierzchołków  $A$ ,  $B$  i  $C$  tego trójkąta.



Więcej arkuszy maturalnych z matematyki na [mgr2.pl/arkusze](http://mgr2.pl/arkusze)



Więcej arkuszy maturalnych z matematyki na mgr2.pl/arkusze



Odpowiedź: .....

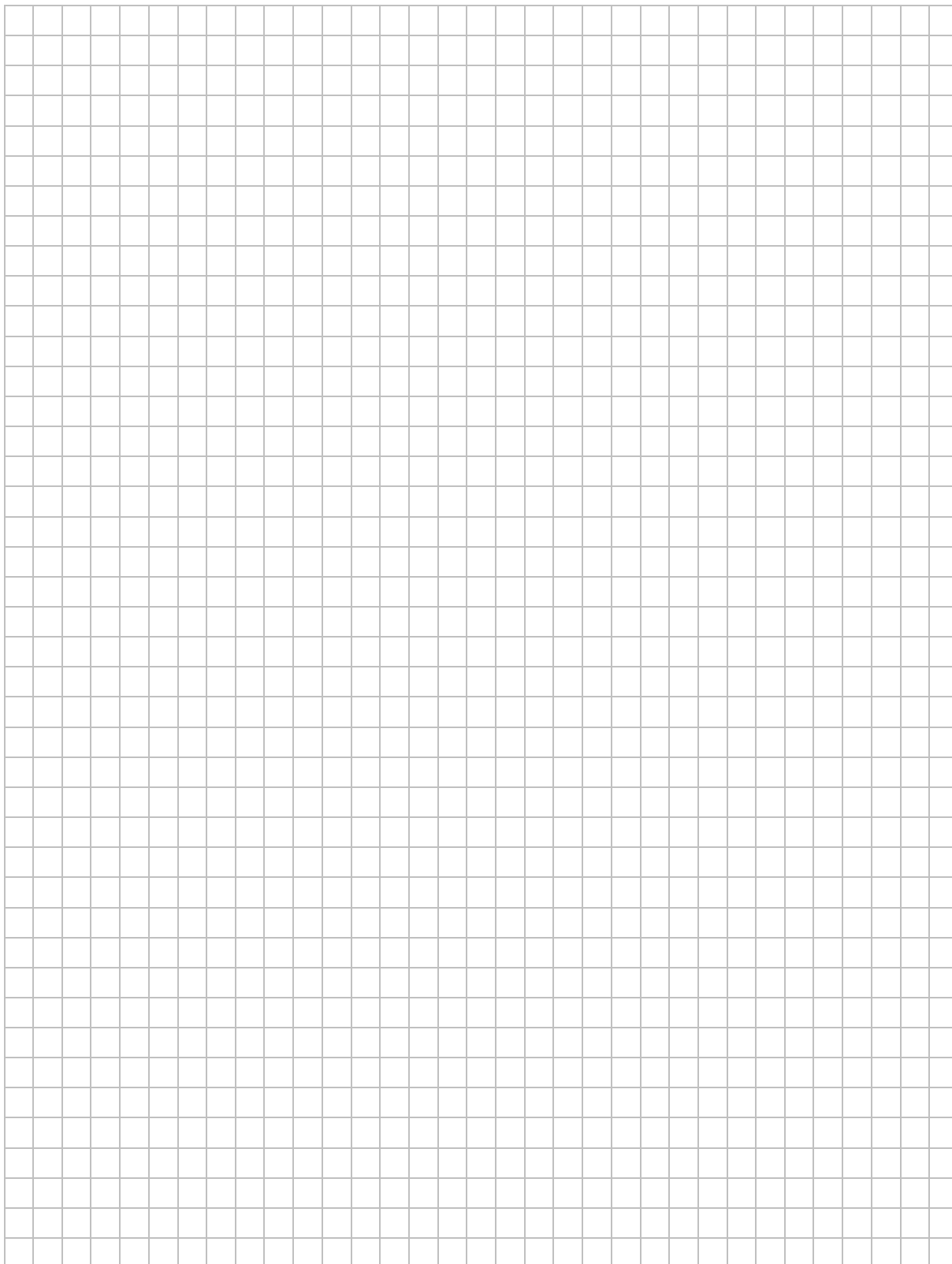
<b>Wypełnia egzaminator</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>13.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>5</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>	

**Zadanie 14. (0–6)**

Wyznacz wszystkie wartości parametru  $m$ , dla których równanie

$$x^2 - 3mx + (m+1)(2m-1) = 0$$

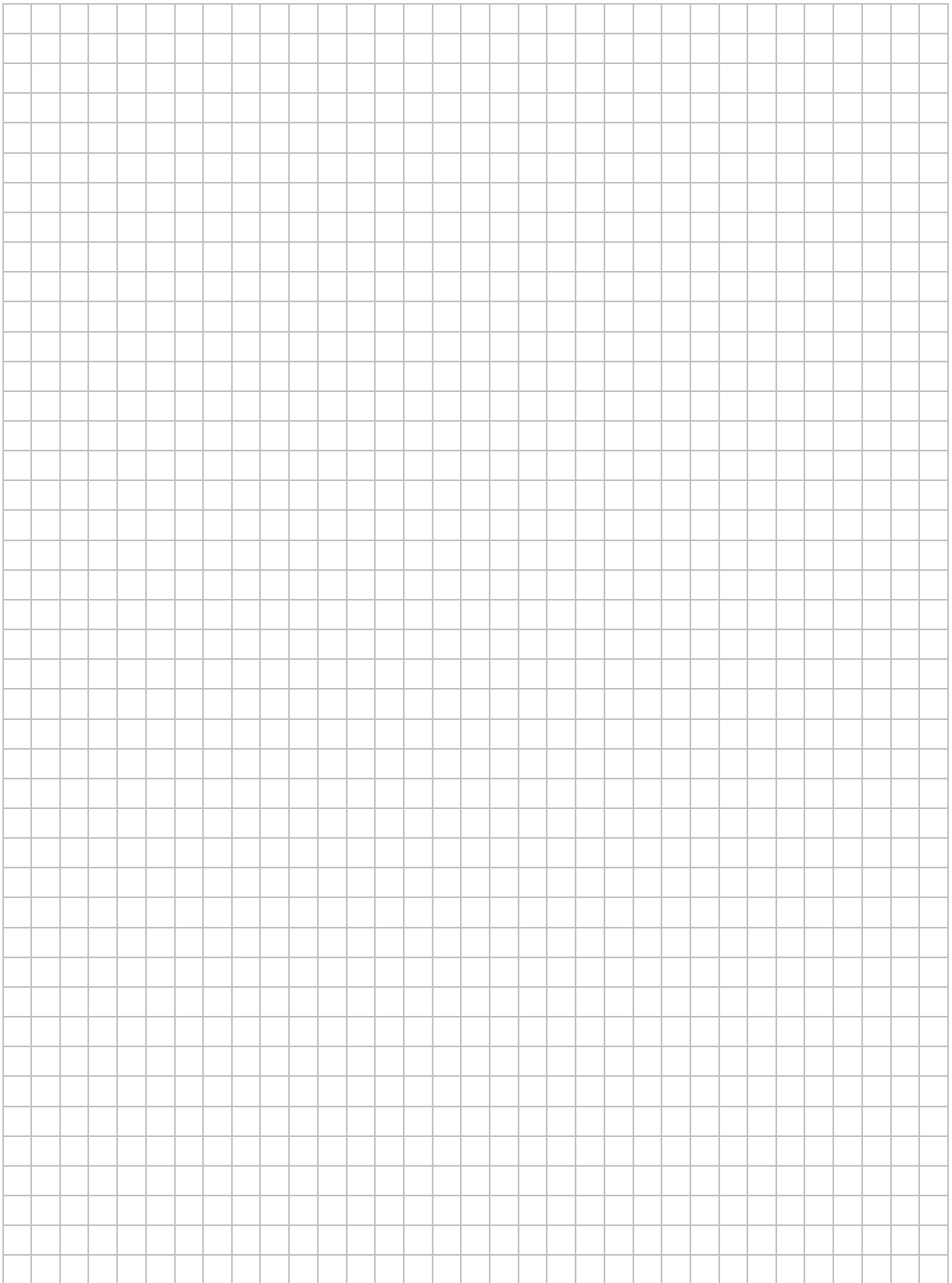
ma dwa różne rozwiązania  $x_1, x_2$  spełniające warunki:  $x_1 \cdot x_2 \neq 0$  oraz  $0 < \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} \leq \frac{2}{3}$ .



Więcej arkuszy maturalnych z matematyki na [mgr2.pl/arkusze](http://mgr2.pl/arkusze)



Więcej arkuszy maturalnych z matematyki na mgr2.pl/arkusze

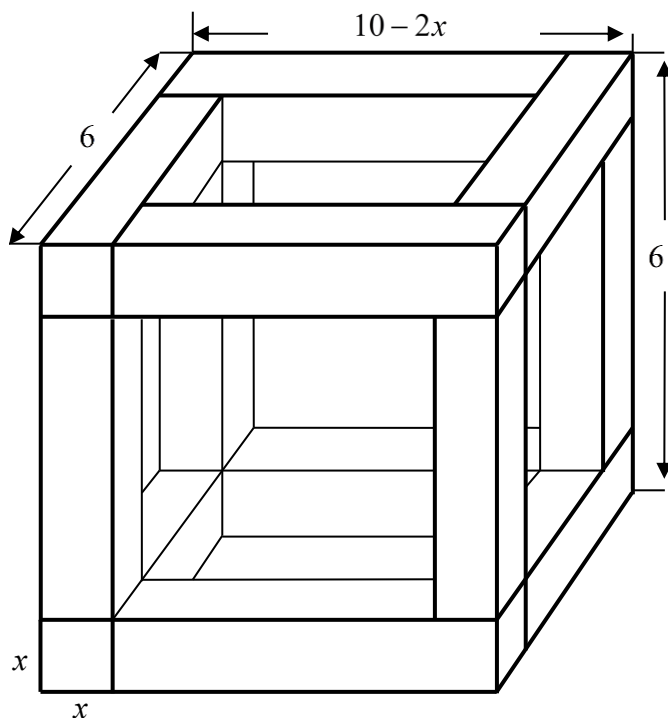


Odpowiedź: .....

<b>Wypełnia egzaminator</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>14.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>6</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>	

### Zadanie 15. (0–7)

Rozpatrujemy wszystkie możliwe drewniane szkielety o kształcie przedstawionym na rysunku, wykonane z listewek. Każda z tych listewek ma kształt prostokąta o podstawie kwadratu o boku długości  $x$ . Wymiary szkieletu zaznaczono na rysunku.

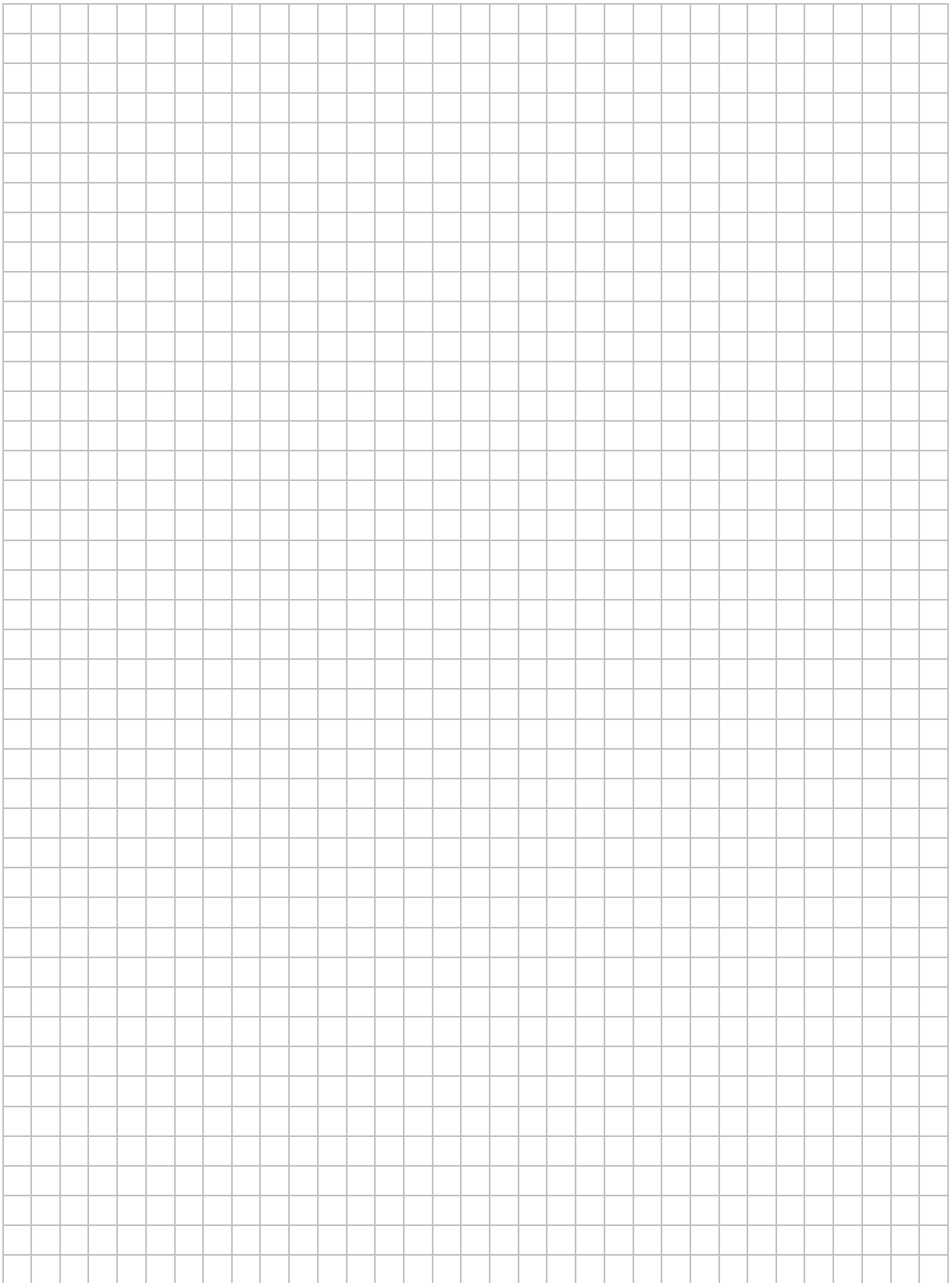


- Wyznacz objętość  $V$  drewna potrzebnego do budowy szkieletu jako funkcję zmiennej  $x$ .
- Wyznacz dziedzinę funkcji  $V$ .
- Oblicz tę wartość  $x$ , dla której zbudowany szkielet jest możliwie najcieńszy, czyli kiedy funkcja  $V$  osiąga wartość największą. Oblicz tę największą objętość.





Więcej arkuszy maturalnych z matematyki na [mgr2.pl/arkusze](http://mgr2.pl/arkusze)



Odpowiedź: .....

<b>Wypełnia egzaminator</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>15.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>7</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>	

# BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)



Więcej arkuszy maturalnych z matematyki na [mgr2.pl/arkusze](http://mgr2.pl/arkusze)

# **BRUDNOPIS** (*nie podlega ocenie*)



Więcej arkuszy maturalnych z matematyki na [mgr2.pl/arkusze](http://mgr2.pl/arkusze)