

WYPEŁNIA ZDAJĄCY

KOD

--	--	--

PESEL

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Miejsce na naklejkę.

Sprawdź, czy kod na naklejce to
M-100.

Jeżeli tak – przyklej naklejkę.
Jeżeli nie – zgłoś to nauczycielowi.

EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI
POZIOM ROZSZERZONY

ARKUSZ POKAZOWY

TERMIN: **4 marca 2022 r.**

CZAS PRACY: **180 minut**

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

WYPEŁNIA ZESPÓŁ NADZORUJĄCY

Uprawnienia zdającego do:

- dostosowania zasad oceniania
- dostosowania w zw. z dyskalkulią
- nieprzenoszenia zaznaczeń na kartę.

MMAP-R0-**100**-2203

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 32 strony (zadania 1–11).
Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
3. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.
4. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
5. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
6. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
7. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
8. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
9. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.

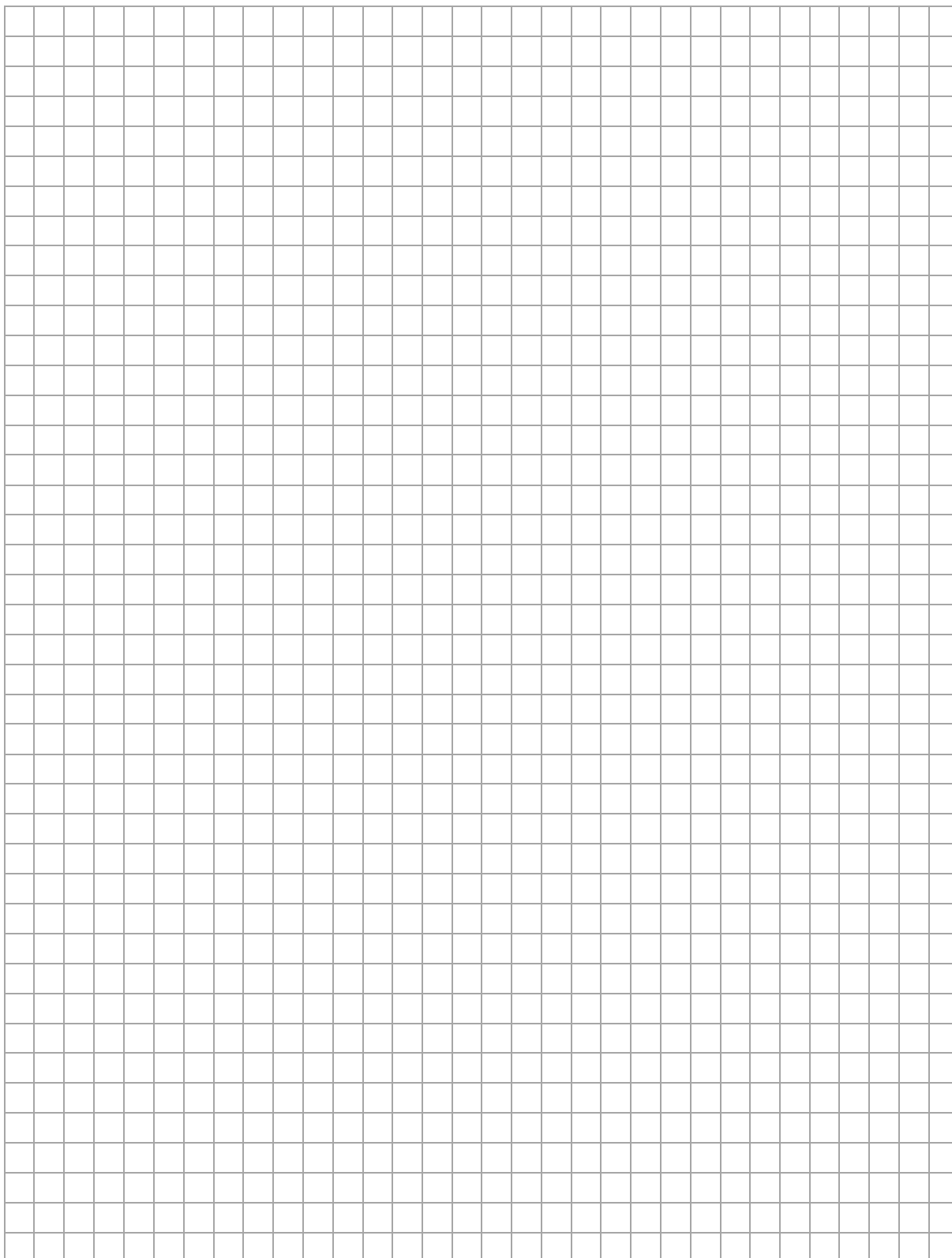


Zadanie 1. (0–3)

Dane są liczby $a = \log_2 3$ oraz $b = \log_3 7$.

Wyraź $\log_4 49$ za pomocą liczb a oraz b .

Zapisz obliczenia.



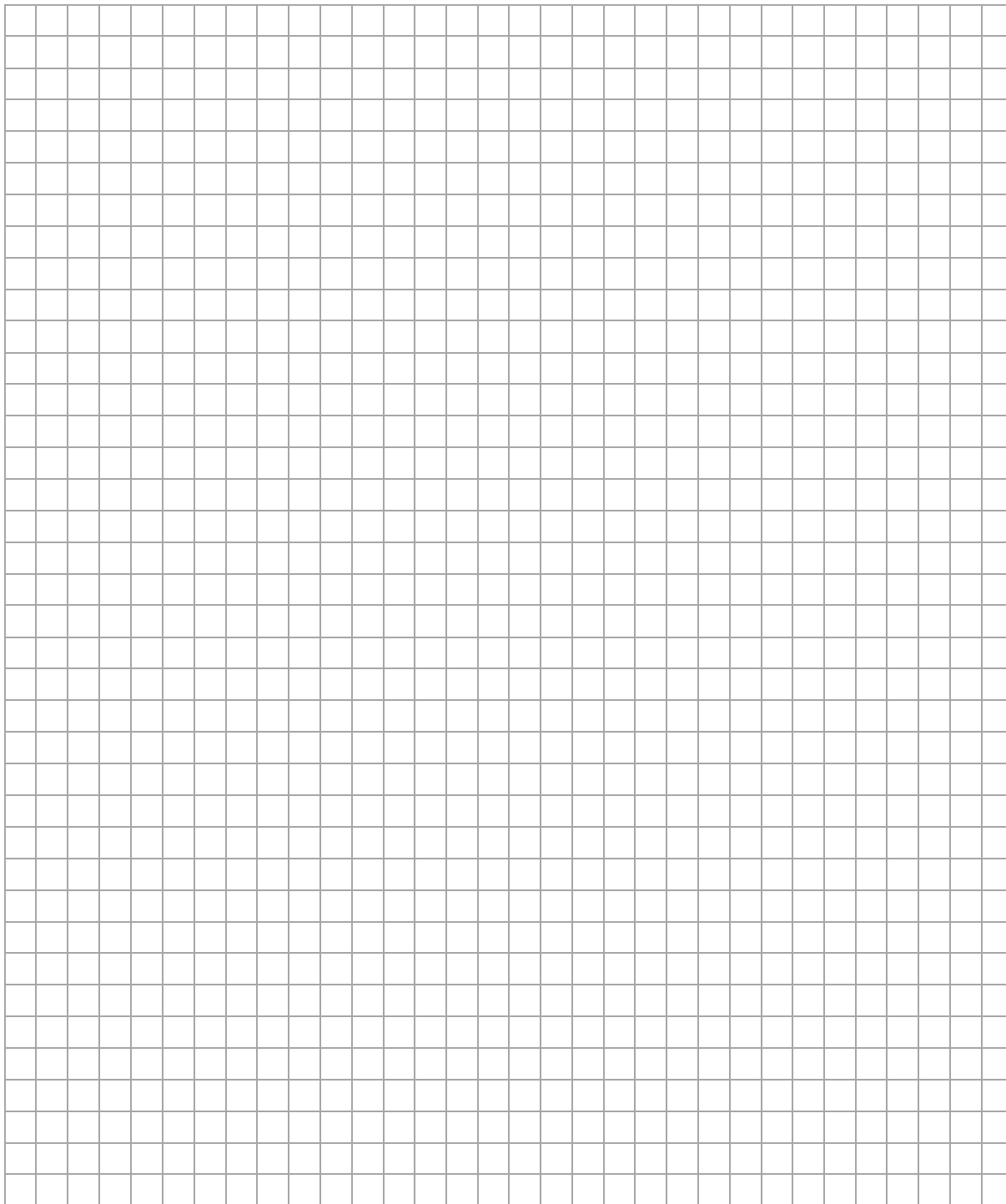
Więcej arkuszy maturalnych z matematyki na mgr2.pl/arkusze

Zadanie 2. (0–3)

Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = \frac{x^2+3}{x-1}$ dla każdej liczby rzeczywistej $x \neq 1$.

Wyznacz równanie stycznej do wykresu tej funkcji w punkcie $P = (-3, -3)$.

Zapisz obliczenia.



Więcej arkuszy maturalnych z matematyki na mgr2.pl/arkusze

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	1.	2.
	Maks. liczba pkt	3	3
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 3. (0–4)

Dany jest nieskończony ciąg geometryczny (a_n) , określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Suma trzech początkowych wyrazów ciągu (a_n) jest równa 7, a suma S wszystkich wyrazów tego ciągu jest równa 8.

Wyznacz wszystkie wartości n , dla których spełniona jest nierówność

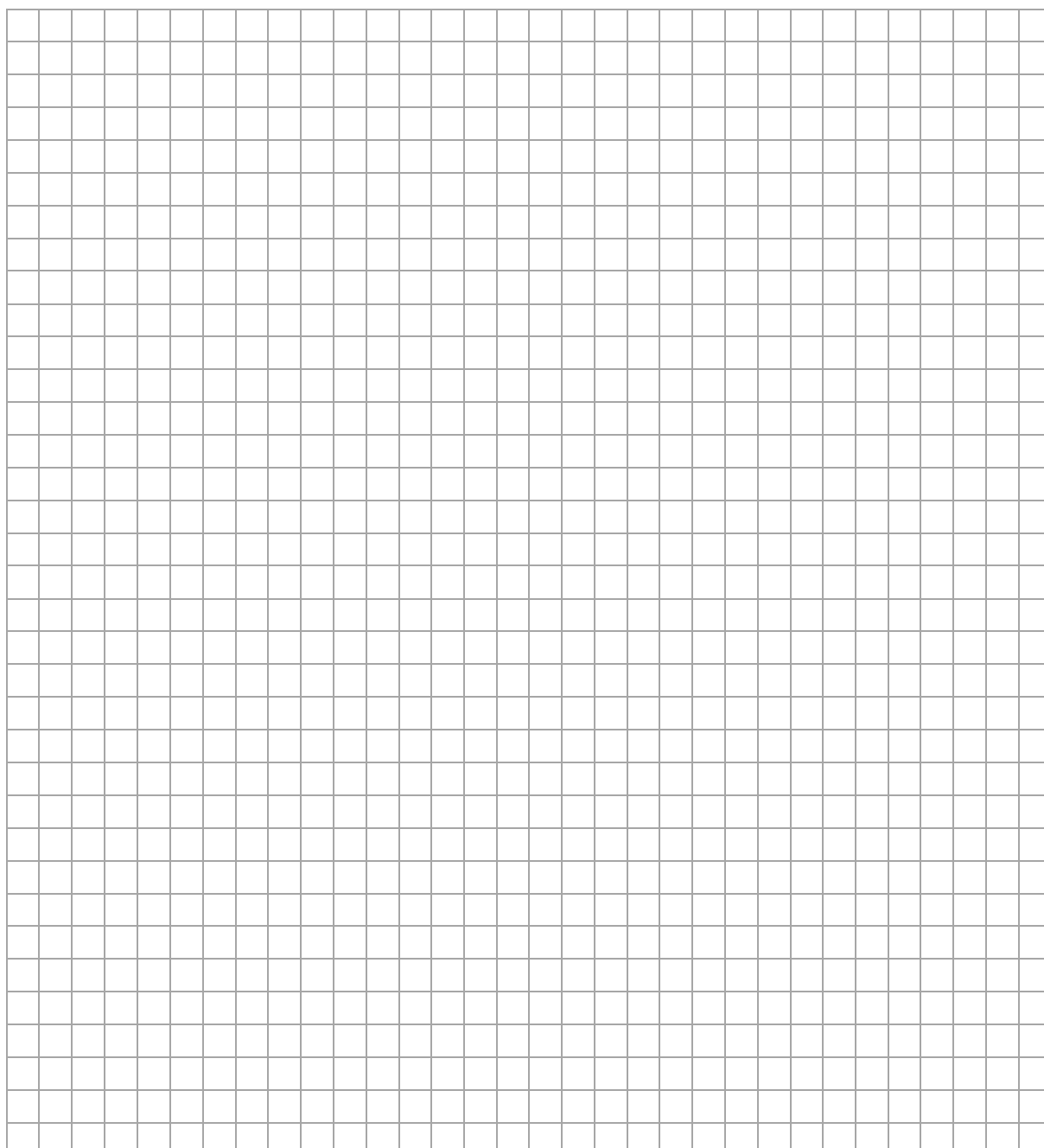
$$\left| \frac{S - S_n}{S_n} \right| < 0,001$$

gdzie S_n oznacza sumę n początkowych wyrazów ciągu (a_n) .

Zapisz obliczenia.

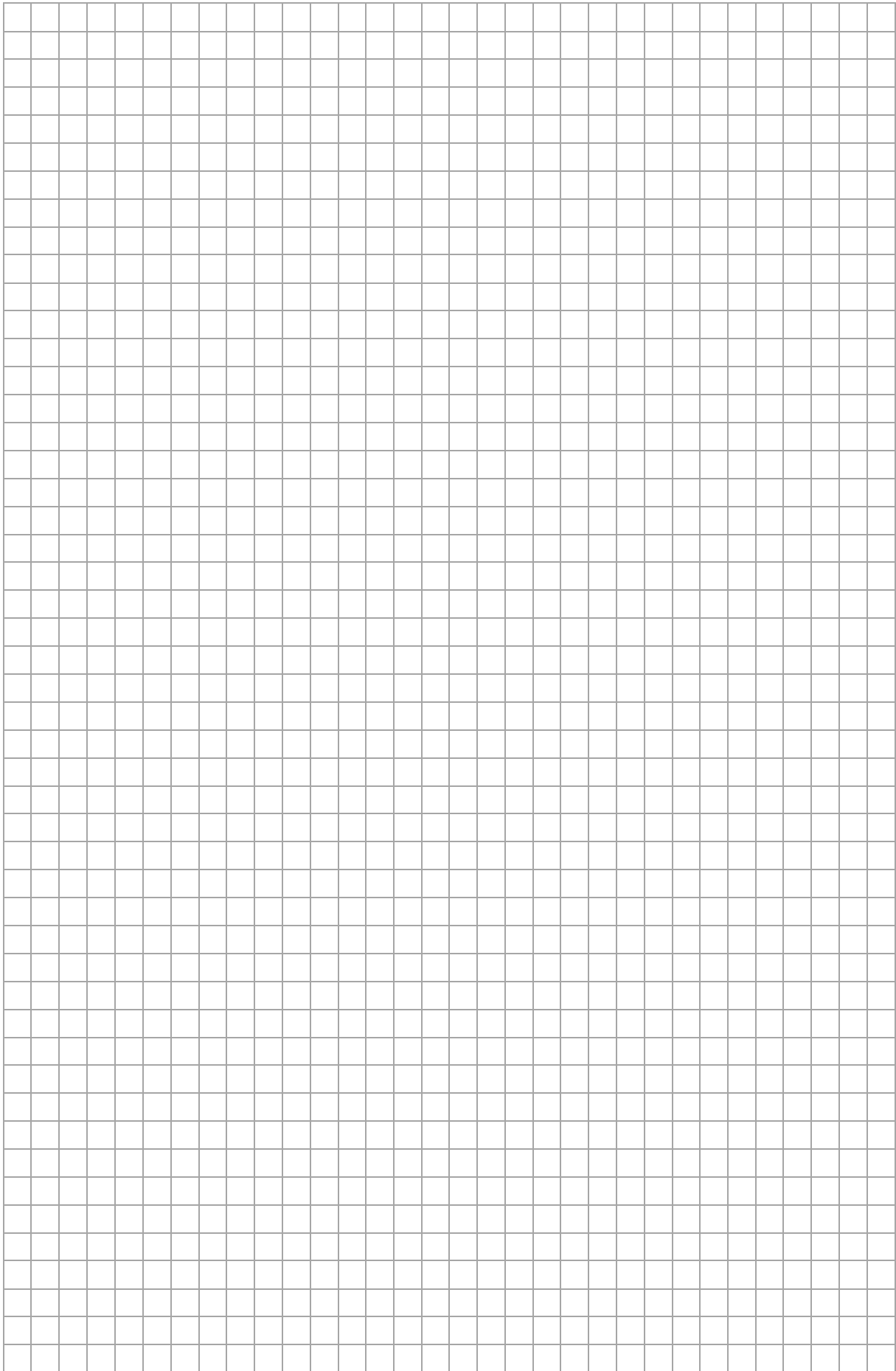


Więcej arkuszy maturalnych z matematyki na mgr2.pl/arkusze



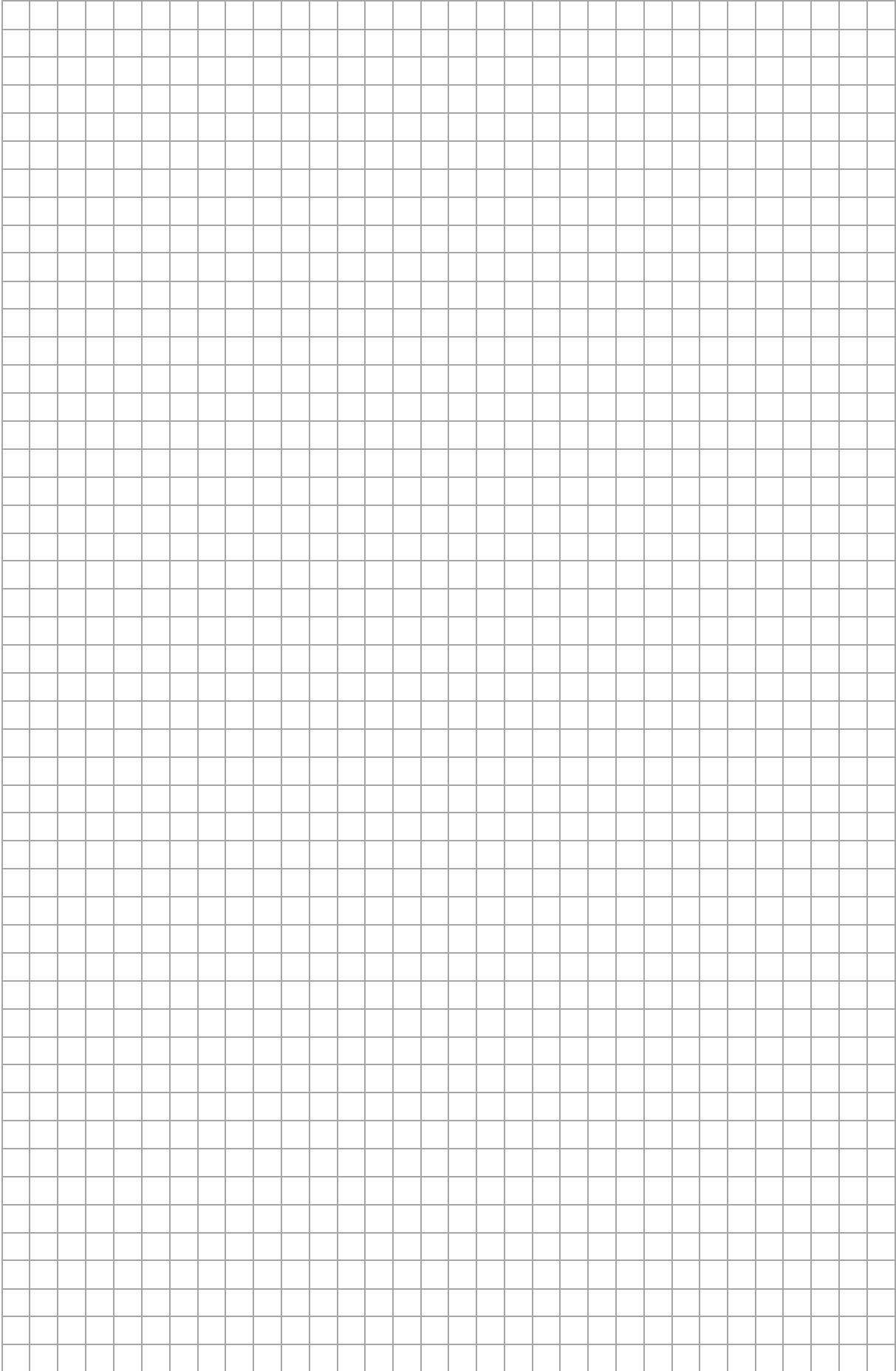


Więcej arkuszy maturalnych z matematyki na mgr2.pl/arkusze





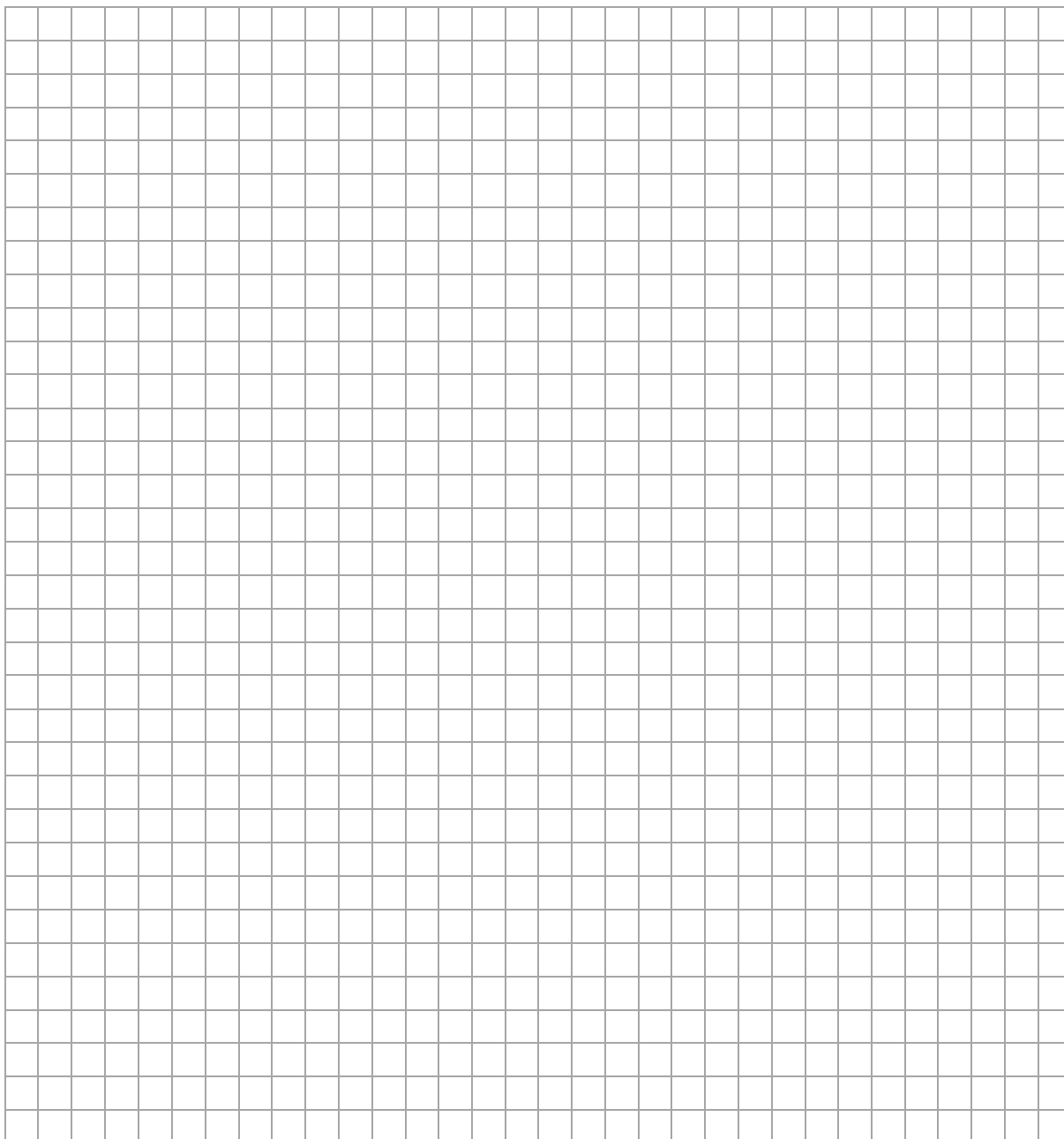
Więcej arkuszy maturalnych z matematyki na mgr2.pl/arkusze



Zadanie 4. (0–5)

Dane jest równanie

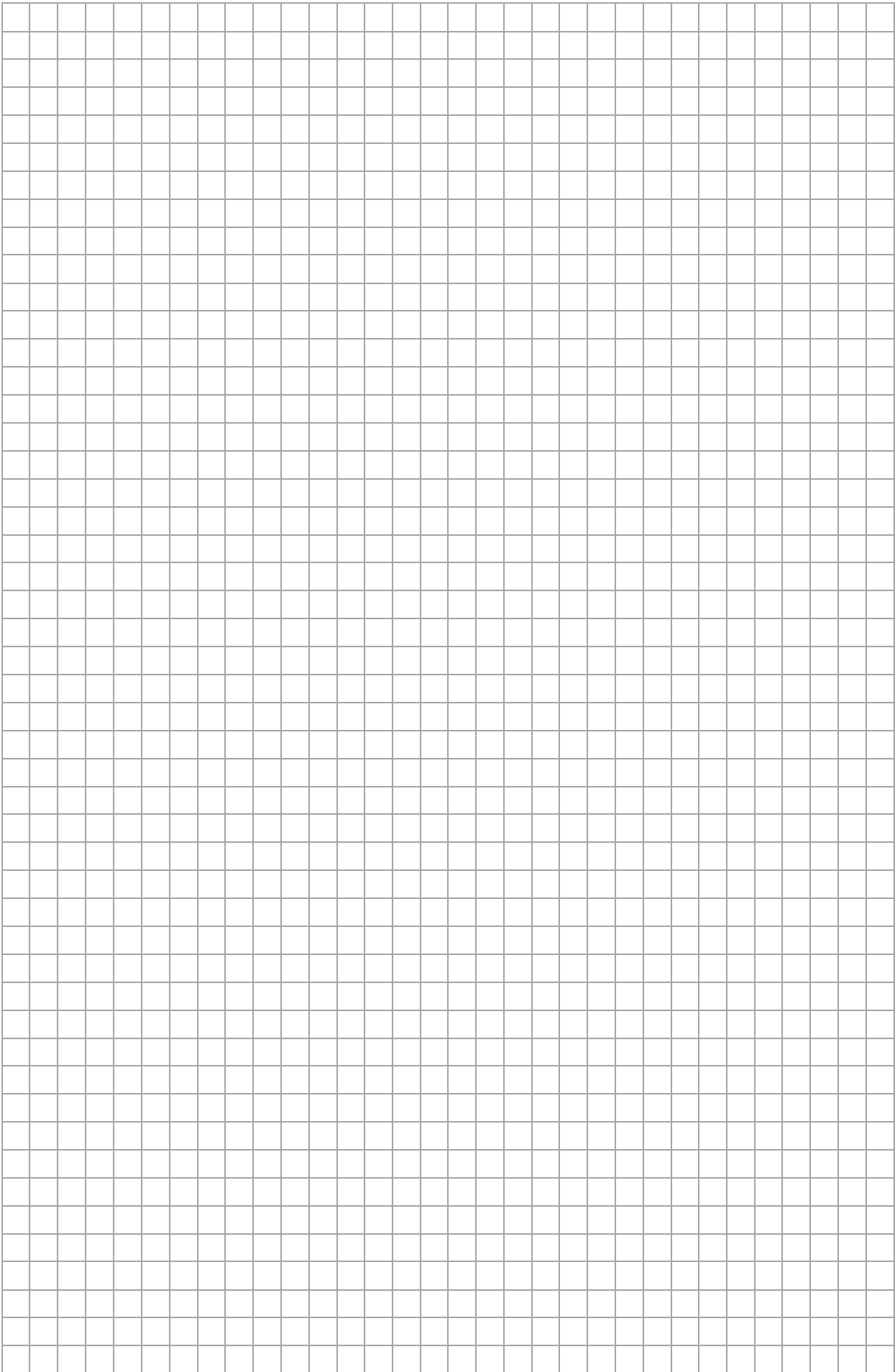
$$(x - 6) \cdot [(m - 2)x^2 - 4(m + 3)x + m + 1] = 0$$

z niewiadomą x i parametrem $m \in \mathbb{R}$.**Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których to równanie ma trzy różne rozwiązania rzeczywiste tego samego znaku.****Zapisz obliczenia.**Więcej arkuszy maturalnych z matematyki na mgr2.pl/arkusze

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	3.
	Maks. liczba pkt	4
	Uzyskana liczba pkt	

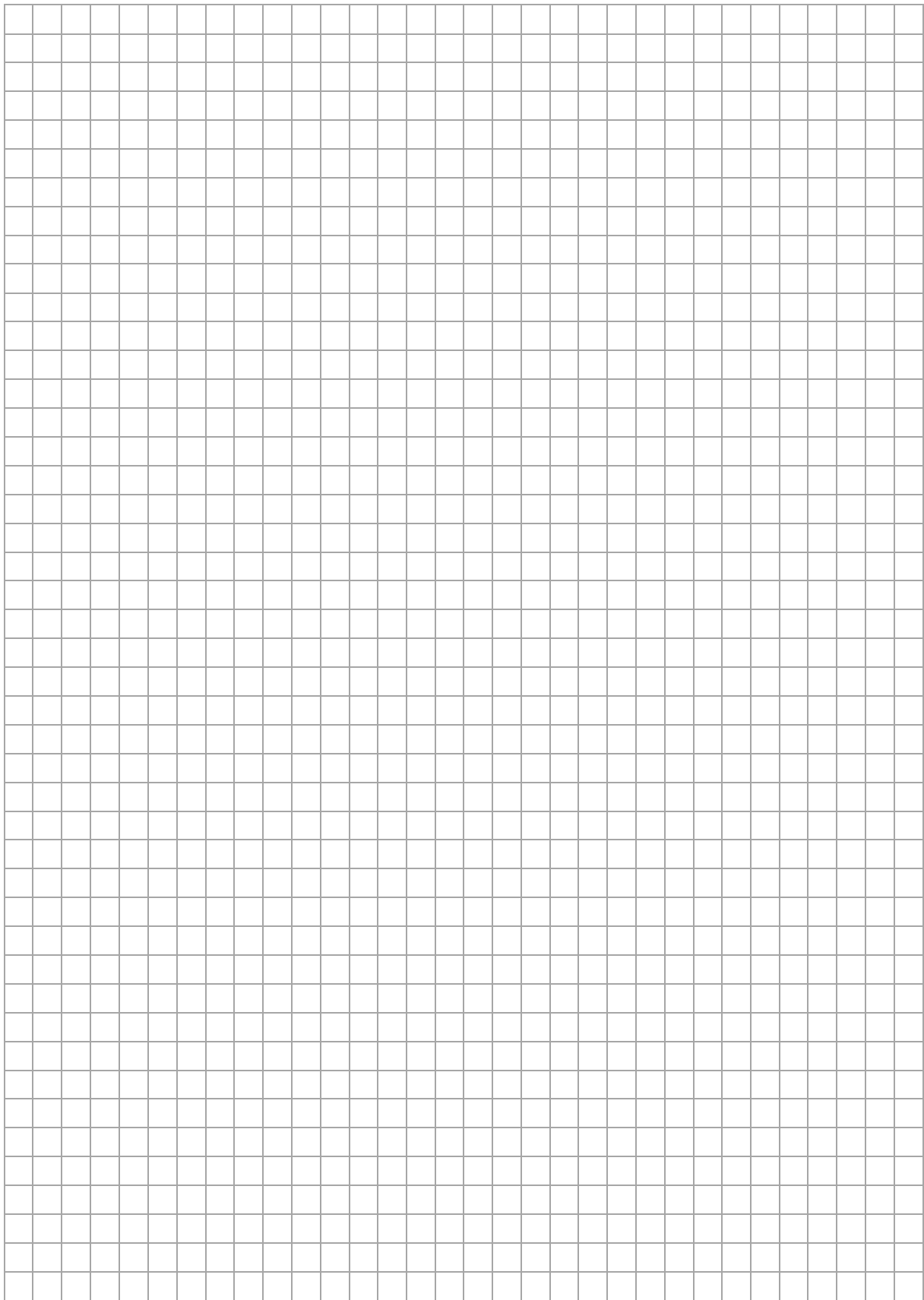


Więcej arkuszy maturalnych z matematyki na mgr2.pl/arkusze





Więcej arkuszy maturalnych z matematyki na mgr2.pl/arkusze



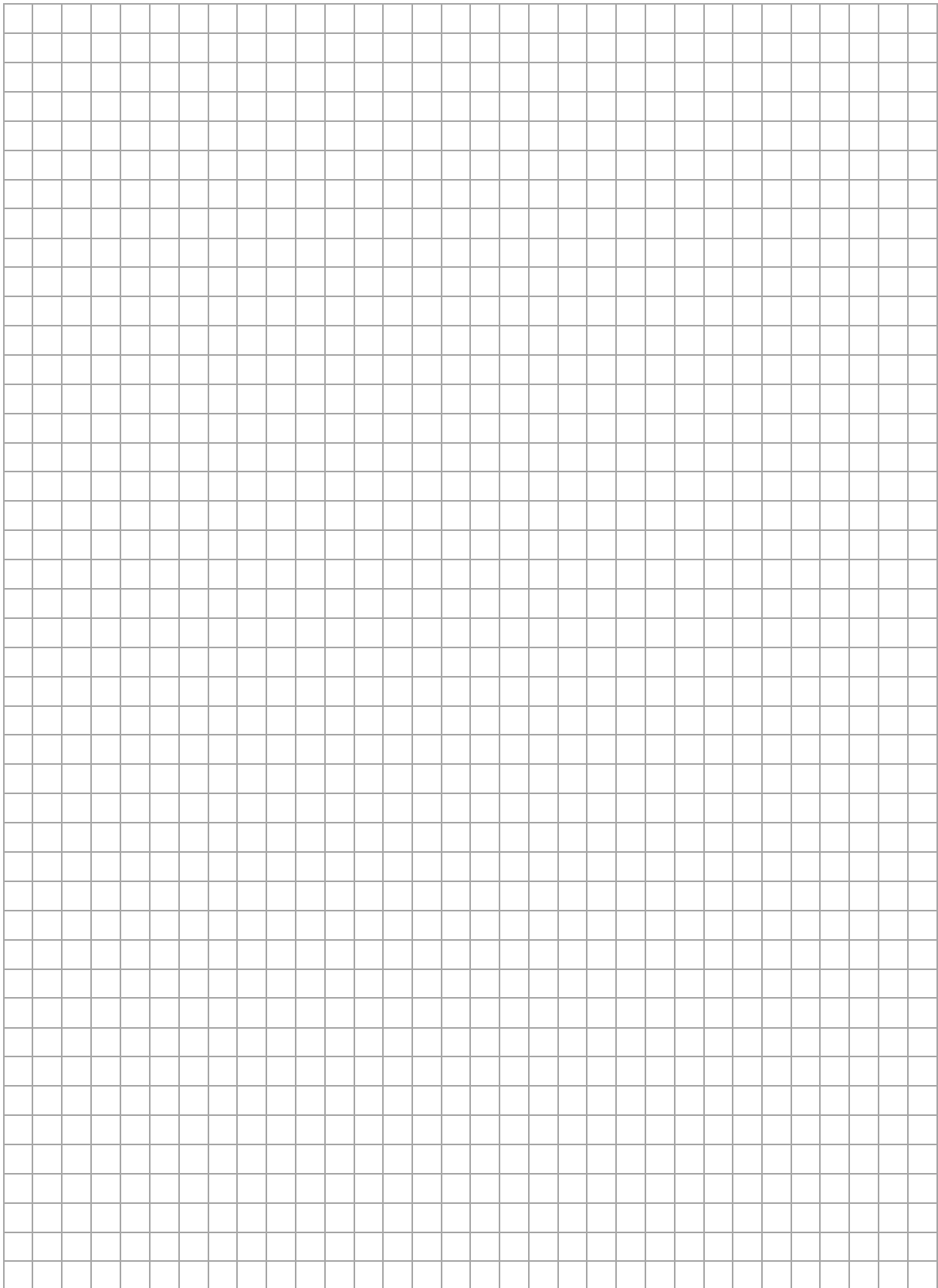
Wypełnia egzaminator	Nr zadania	4.
	Maks. liczba pkt	5
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 5. (0–3)

Udowodnij, że suma sześciątów trzech kolejnych liczb całkowitych niepodzielnych przez 4 jest liczbą podzielną przez 36.

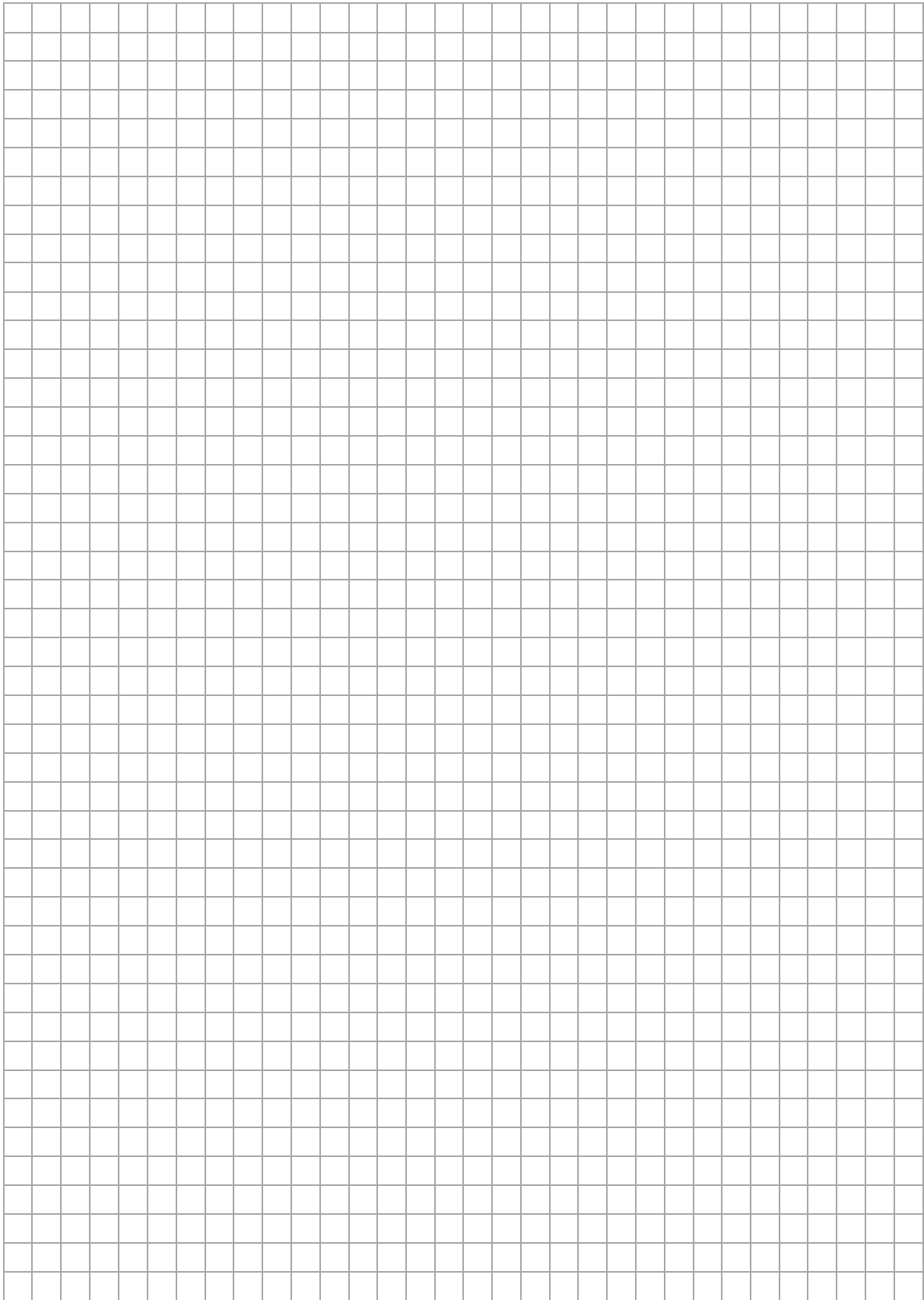


Więcej arkuszy maturalnych z matematyki na mgr2.pl/arkusze





Więcej arkuszy maturalnych z matematyki na mgr2.pl/arkusze



Wypełnia egzaminator	Nr zadania	5.
	Maks. liczba pkt	3
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 6.

Na obrzeżach miasta znajduje się jezioro, na którym postanowiono stworzyć tor regatowy. Na podstawie dostępnych map wymodelowano w pewnej skali kształt linii brzegowej jeziora w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) za pomocą fragmentów wykresów funkcji f oraz g (zobacz rysunek).

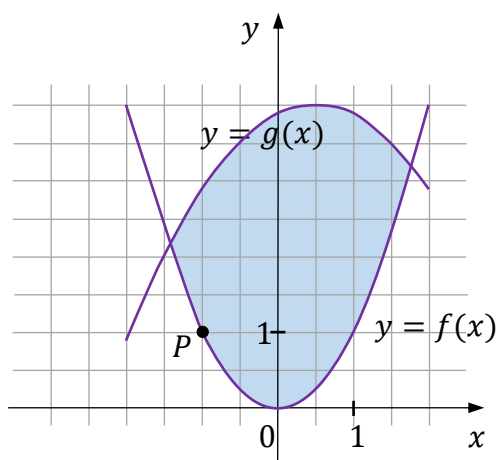
Funkcje f oraz g są określone wzorami $f(x) = x^2$ oraz $g(x) = -\frac{1}{2}\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + 4$.



Początek toru postanowiono zlokalizować na brzegu jeziora w miejscu, któremu odpowiada w układzie współrzędnych punkt $P = (-1, 1)$.



Więcej arkuszy maturalnych z matematyki na mgr2.pl/arkusze



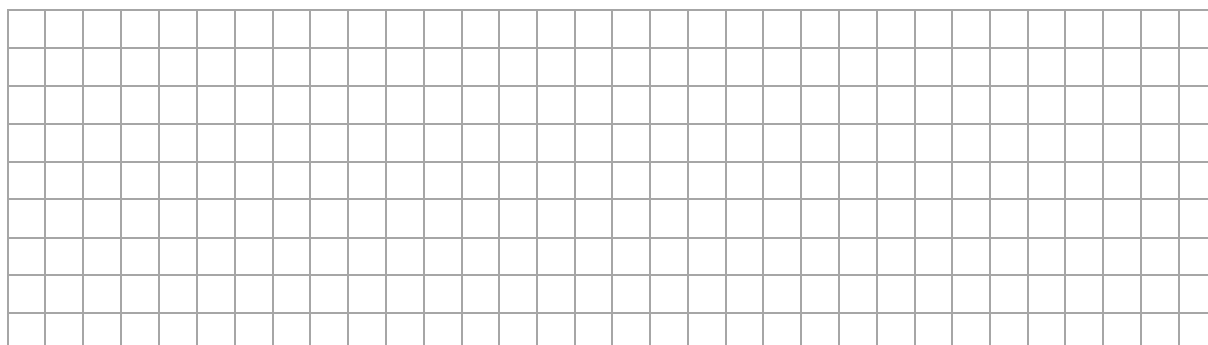
Zadanie 6.1. (0–2)

Niech R będzie punktem leżącym na wykresie funkcji g .

Wykaż, że odległość punktu R od punktu P wyraża się wzorem

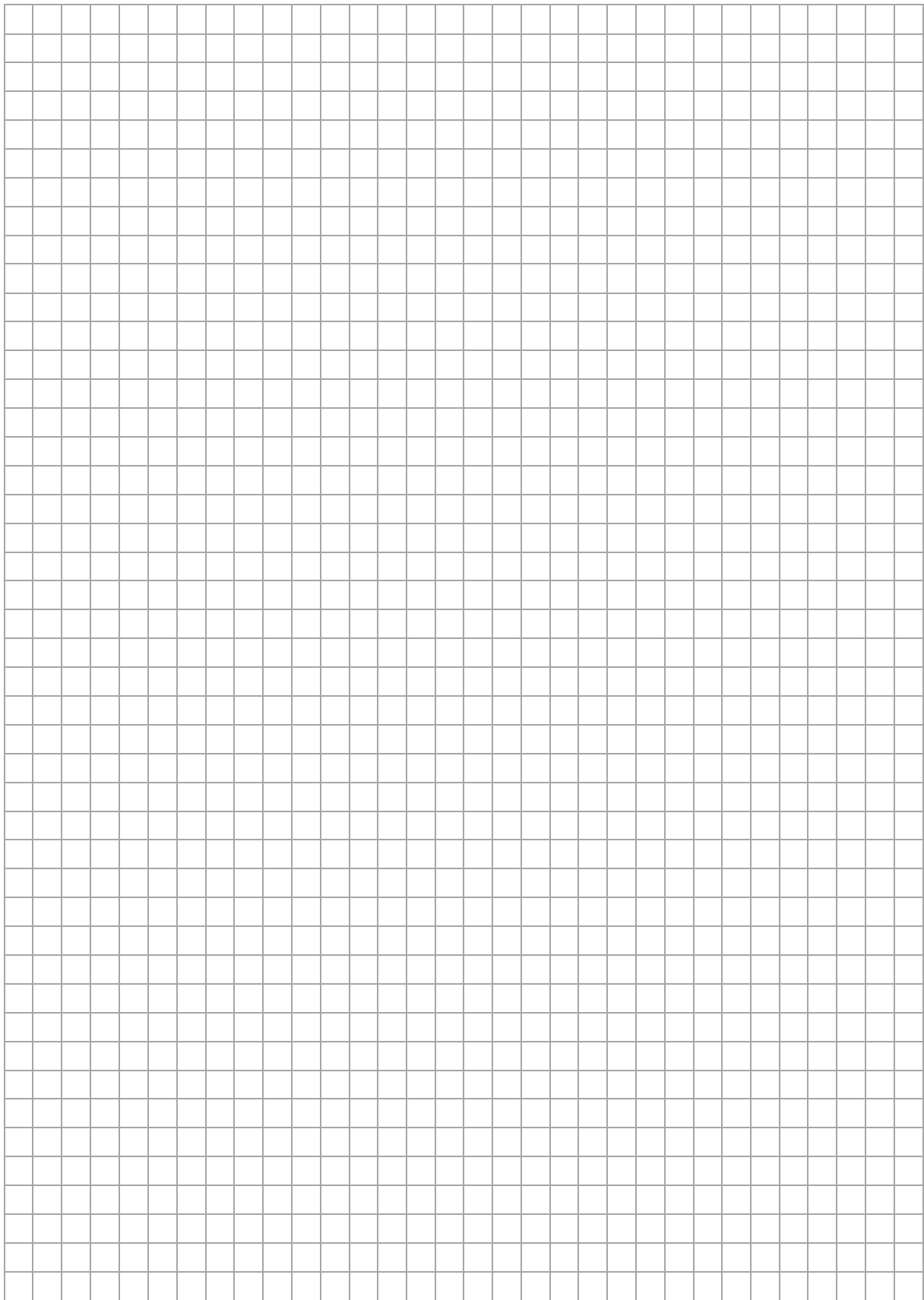
$$|PR| = \sqrt{\frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{2}x^3 - \frac{13}{8}x^2 + \frac{39}{8}x + \frac{593}{64}}$$

gdzie x jest pierwszą współrzędną punktu R .





Więcej arkuszy maturalnych z matematyki na mgr2.pl/arkusze



Wypełnia egzaminator	Nr zadania	6.1.
	Maks. liczba pkt	2
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 6.2. (0–6)

Koniec toru regatowego należy umieścić na linii brzegowej.

Oblicz współrzędne punktu K , w którym należy zlokalizować koniec toru, aby długość toru (tj. odległość końca K toru od początku P) była możliwie największa. Oblicz długość najdłuższego toru.

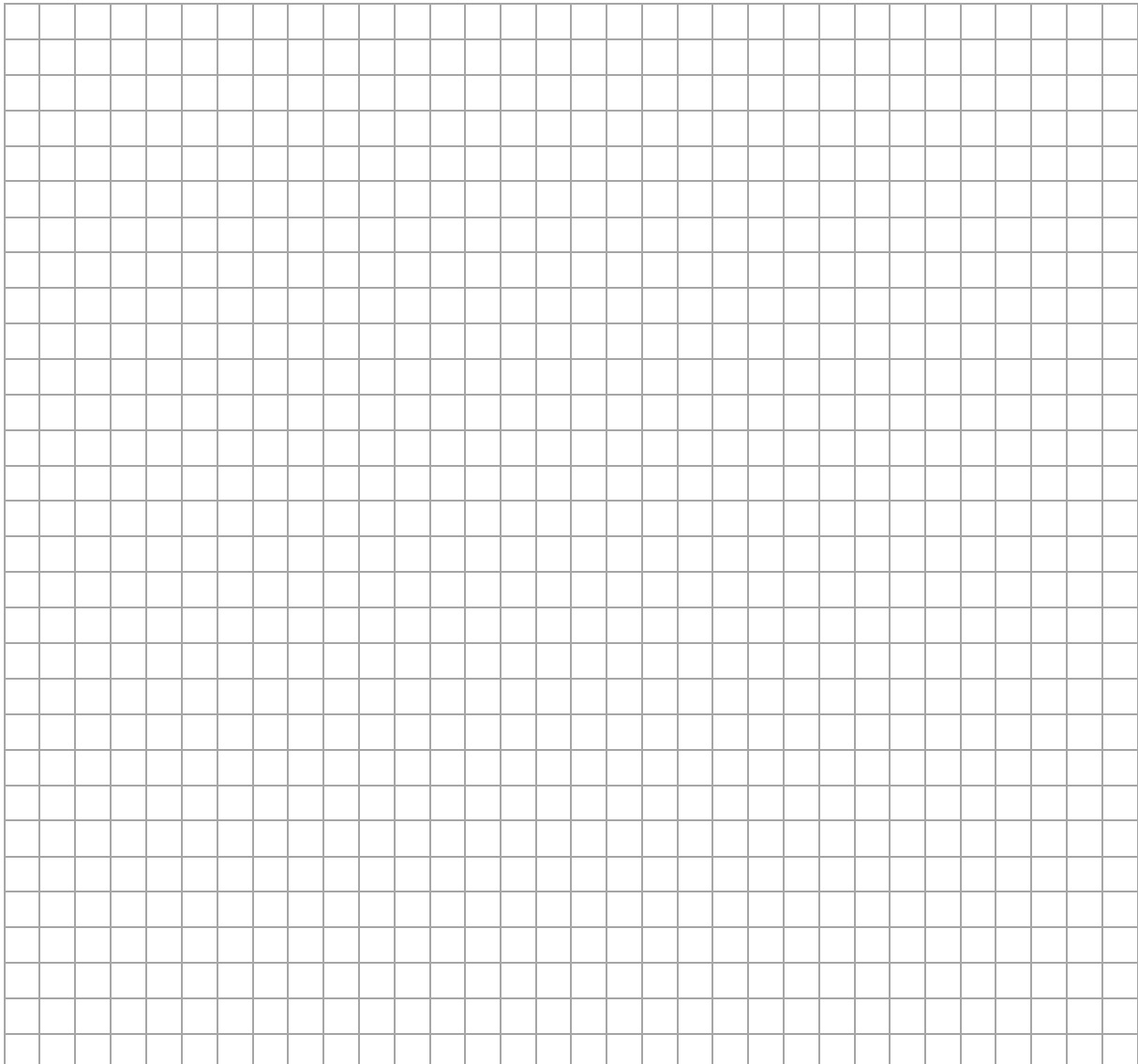
Zapisz obliczenia.

Wskazówka.

Przy rozwiązywaniu zadania możesz skorzystać z tego, że odległość dowolnego punktu R leżącego na wykresie funkcji g od punktu P wyraża się wzorem

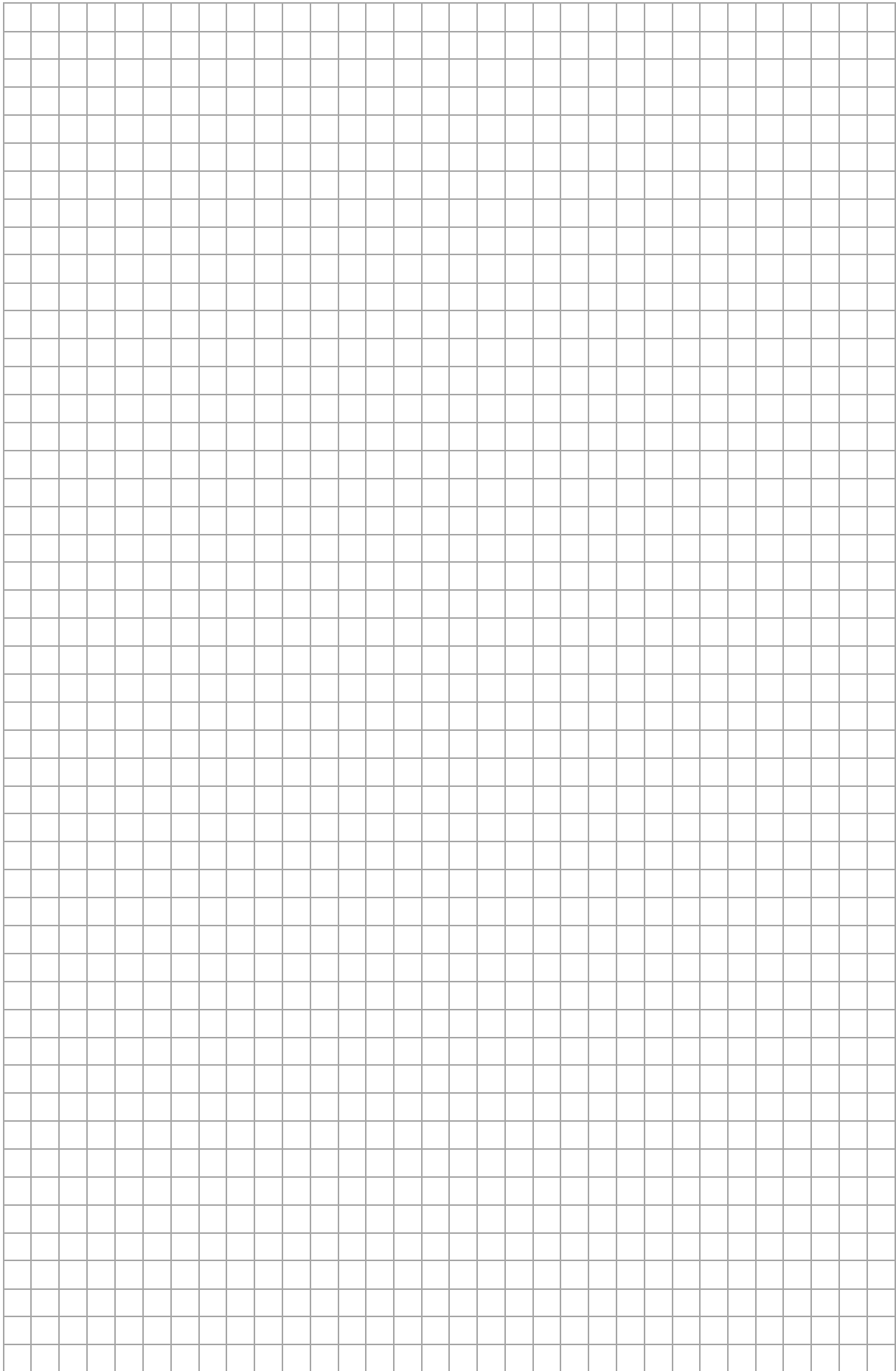
$$|PR| = \sqrt{\frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{2}x^3 - \frac{13}{8}x^2 + \frac{39}{8}x + \frac{593}{64}}$$

gdzie x jest pierwszą współrzędną punktu R .



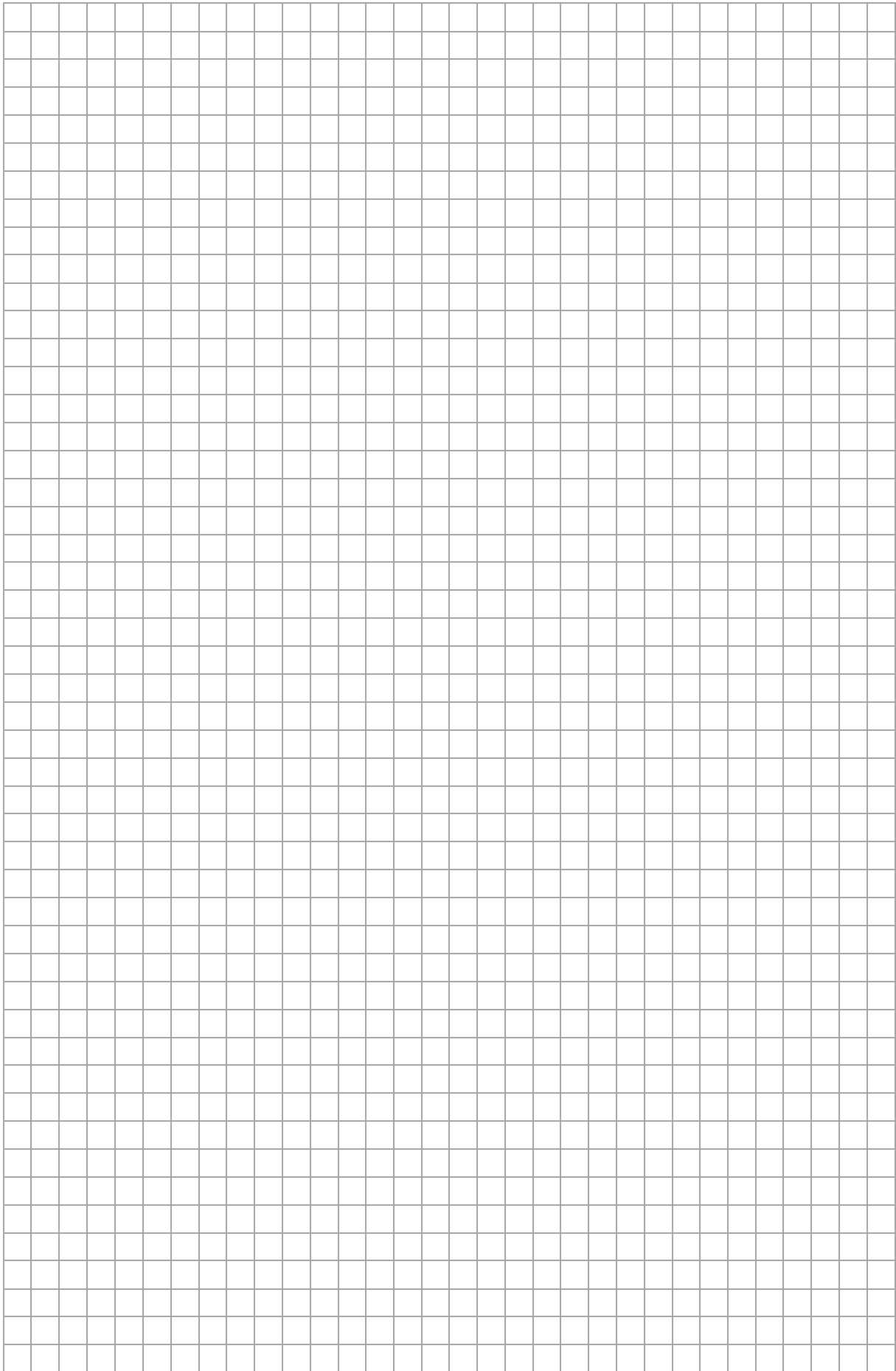


Więcej arkuszy maturalnych z matematyki na mgr2.pl/arkusze



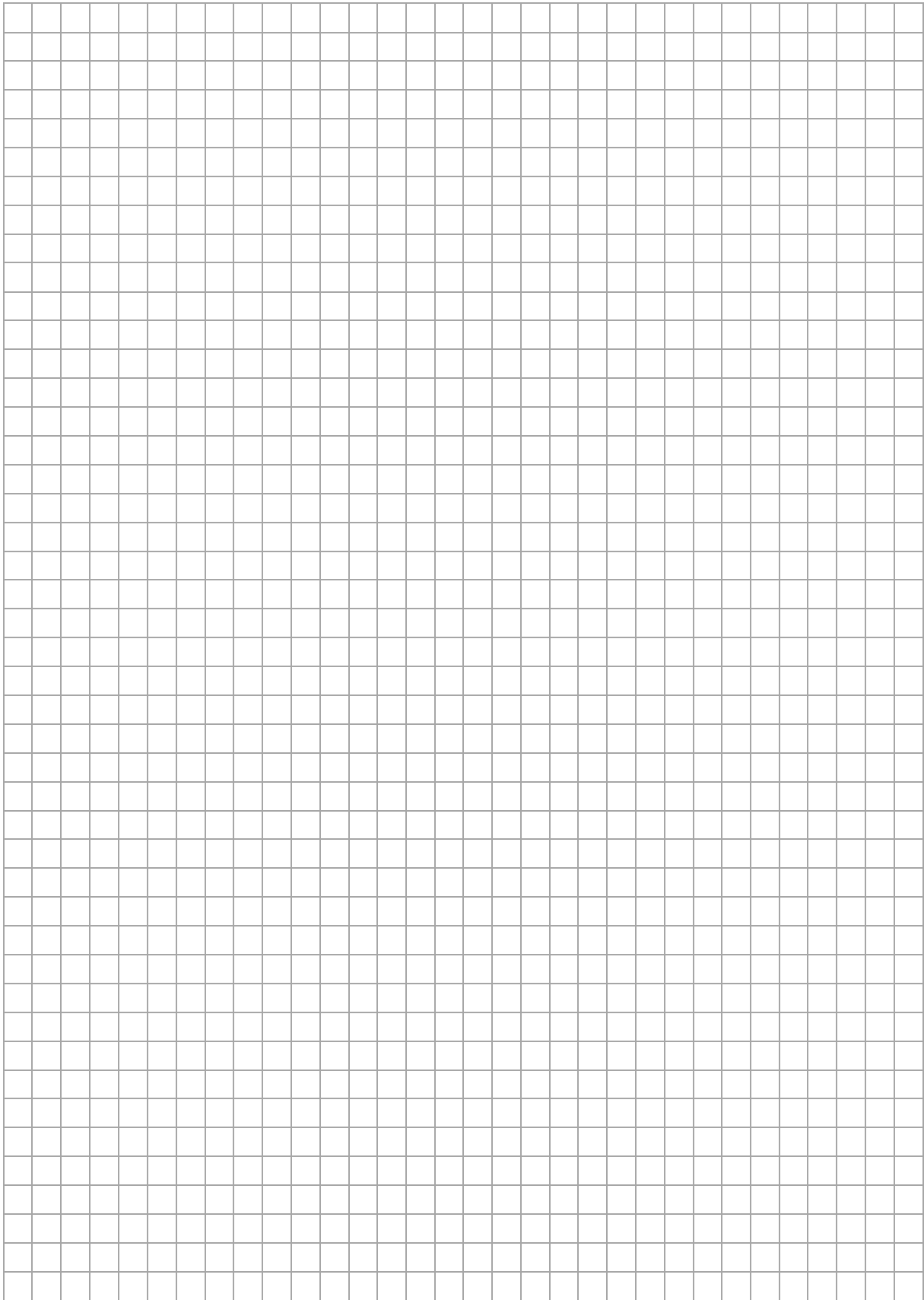


Więcej arkuszy maturalnych z matematyki na mgr2.pl/arkusze





Więcej arkuszy maturalnych z matematyki na mgr2.pl/arkusze



Wypełnia egzaminator	Nr zadania	6.2.
	Maks. liczba pkt	6
	Uzyskana liczba pkt	

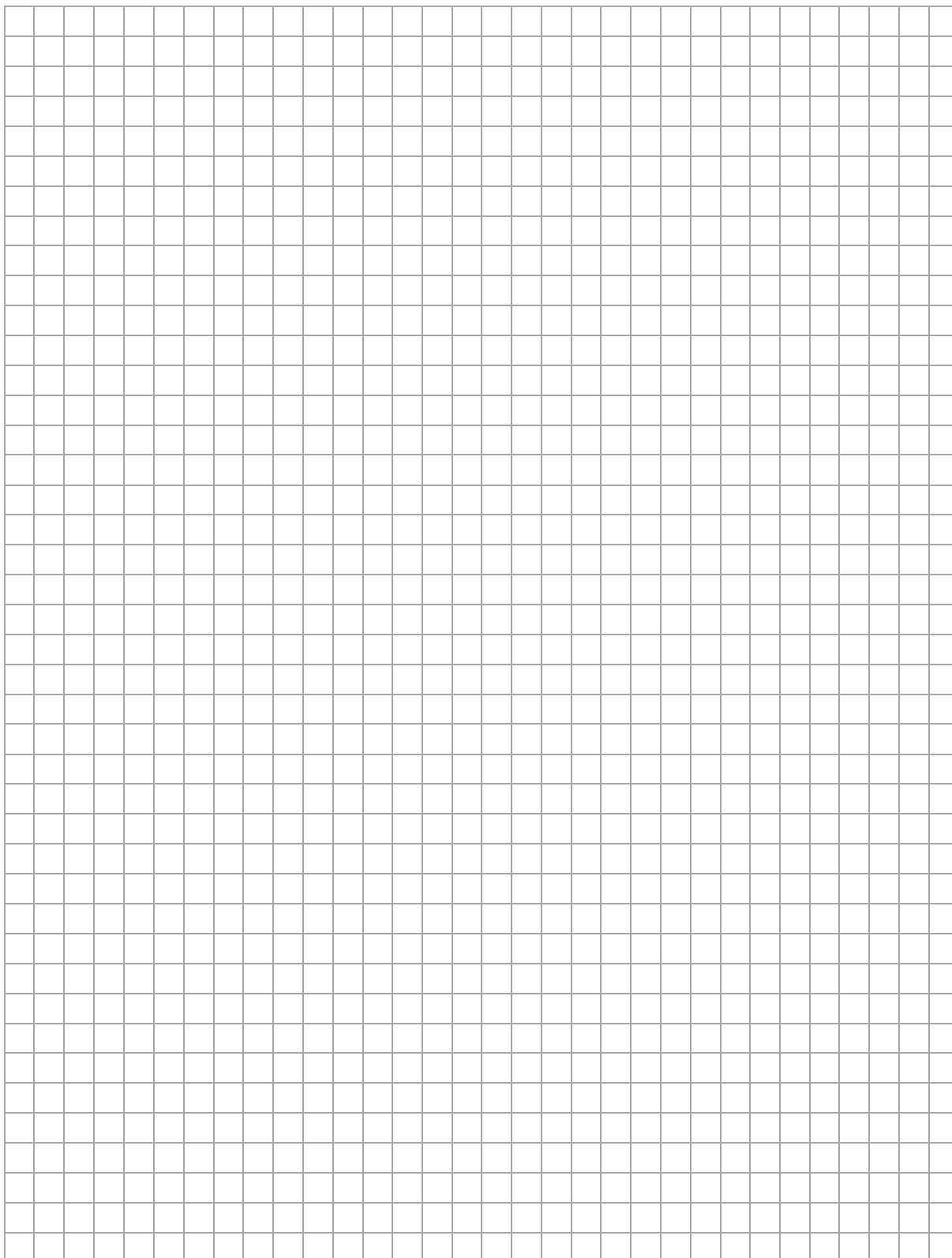
Zadanie 7. (0–4)

Rozwiąż równanie

$$\sin(3x) = 2 \sin x$$

w zbiorze $[0, \pi]$.

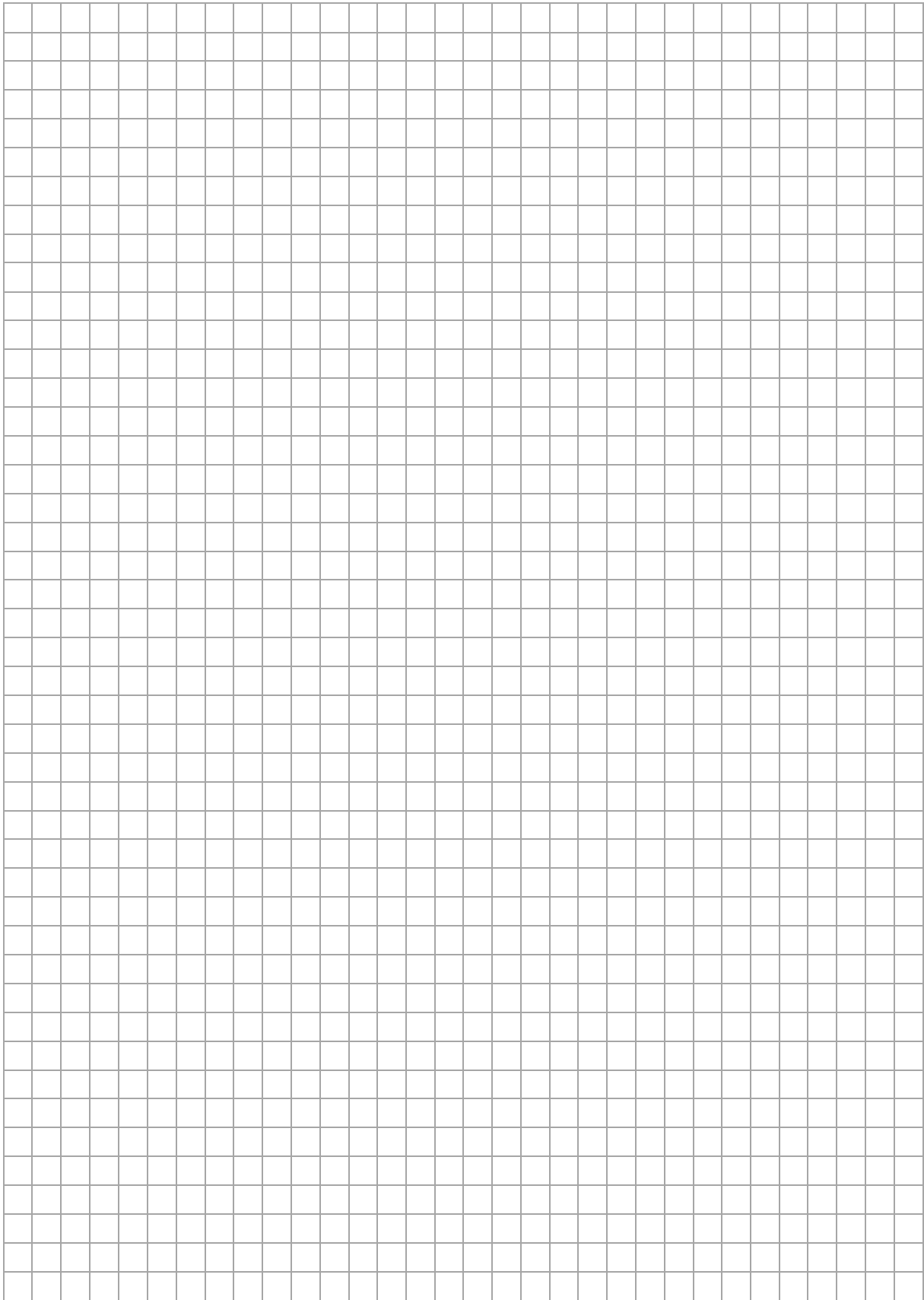
Zapisz obliczenia.



Więcej arkuszy maturalnych z matematyki na mgr2.pl/arkusze



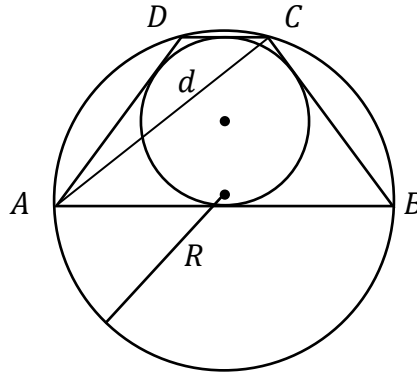
Więcej arkuszy maturalnych z matematyki na mgr2.pl/arkusze



Wypełnia egzaminator	Nr zadania	7.
	Maks. liczba pkt	4
	Uzyskana liczba pkt	

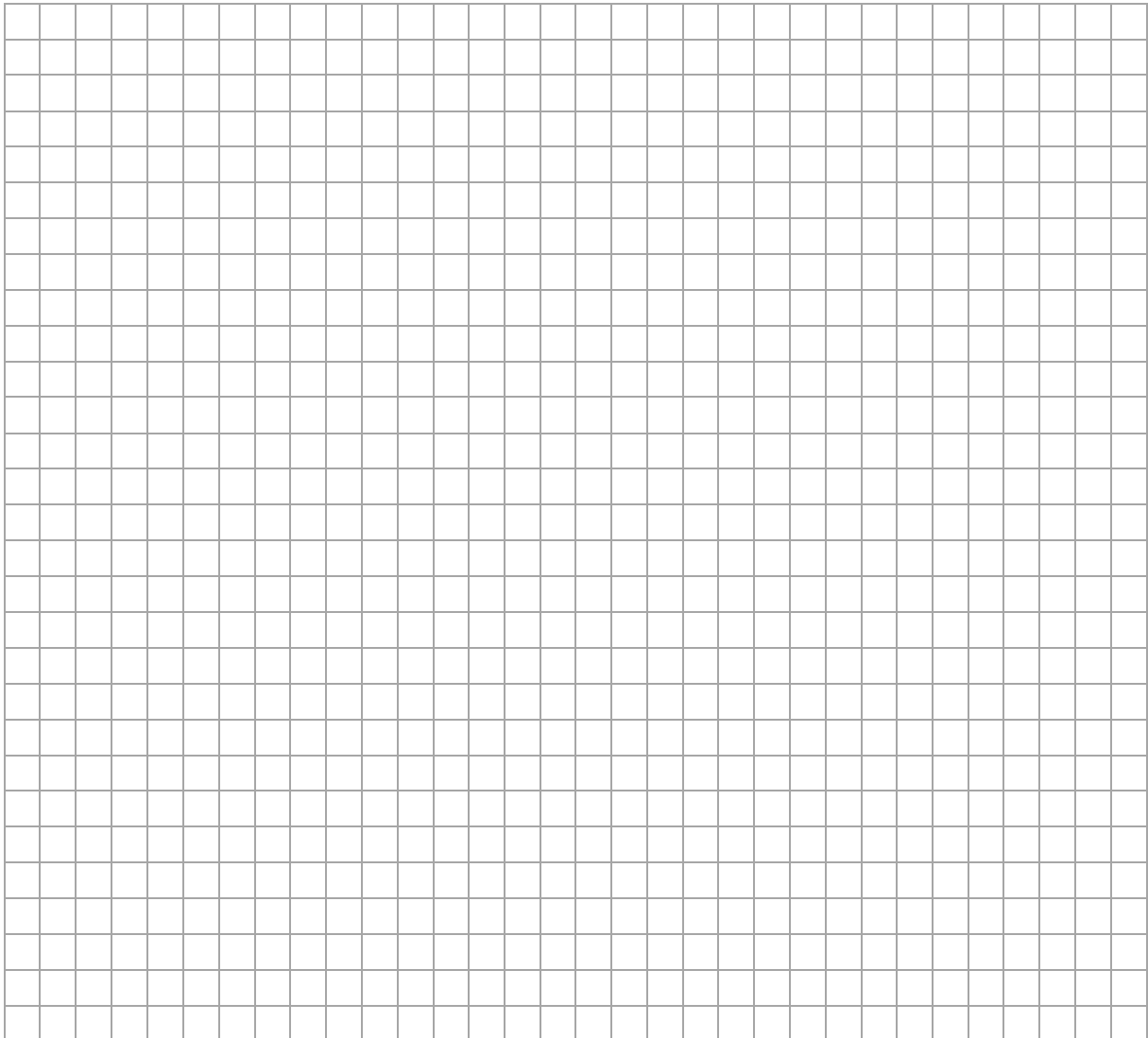
Zadanie 8. (0–4)

Dany jest trapez równoramienny $ABCD$ o obwodzie l i podstawach AB oraz CD takich, że $|AB| > |CD|$. Trapez jest opisany na okręgu i wpisany w okrąg, a przekątna AC trapezu ma długość d (zobacz rysunek).



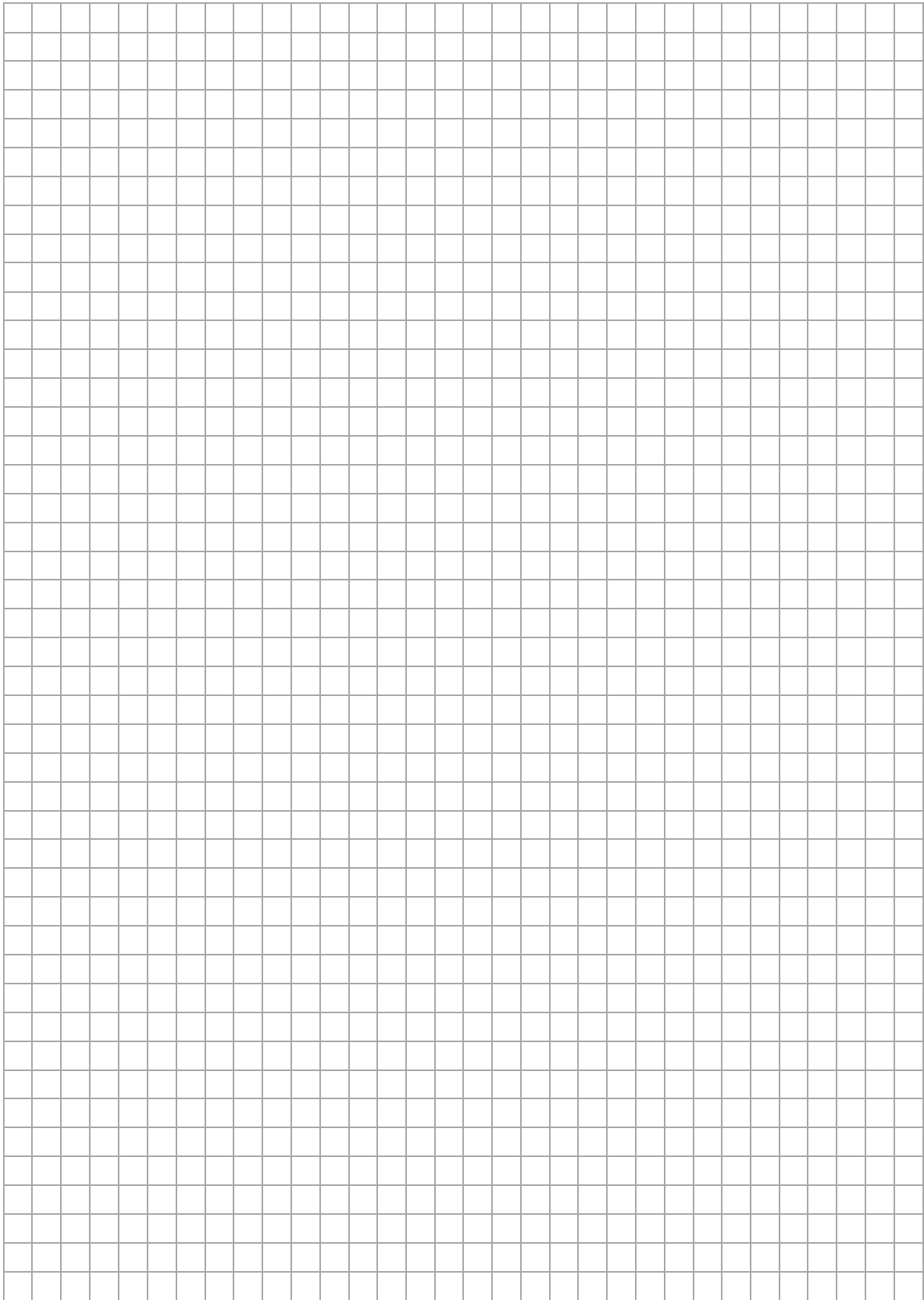
Więcej arkuszy maturalnych z matematyki na mgr2.pl/arkusze

Wykaż, że promień R okręgu opisanego na trapezie $ABCD$ jest równy $\frac{d \cdot l}{2\sqrt{16d^2 - l^2}}$.





Więcej arkuszy maturalnych z matematyki na mgr2.pl/arkusze



Wypełnia egzaminator	Nr zadania	8.
	Maks. liczba pkt	4
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 9. (0–6)

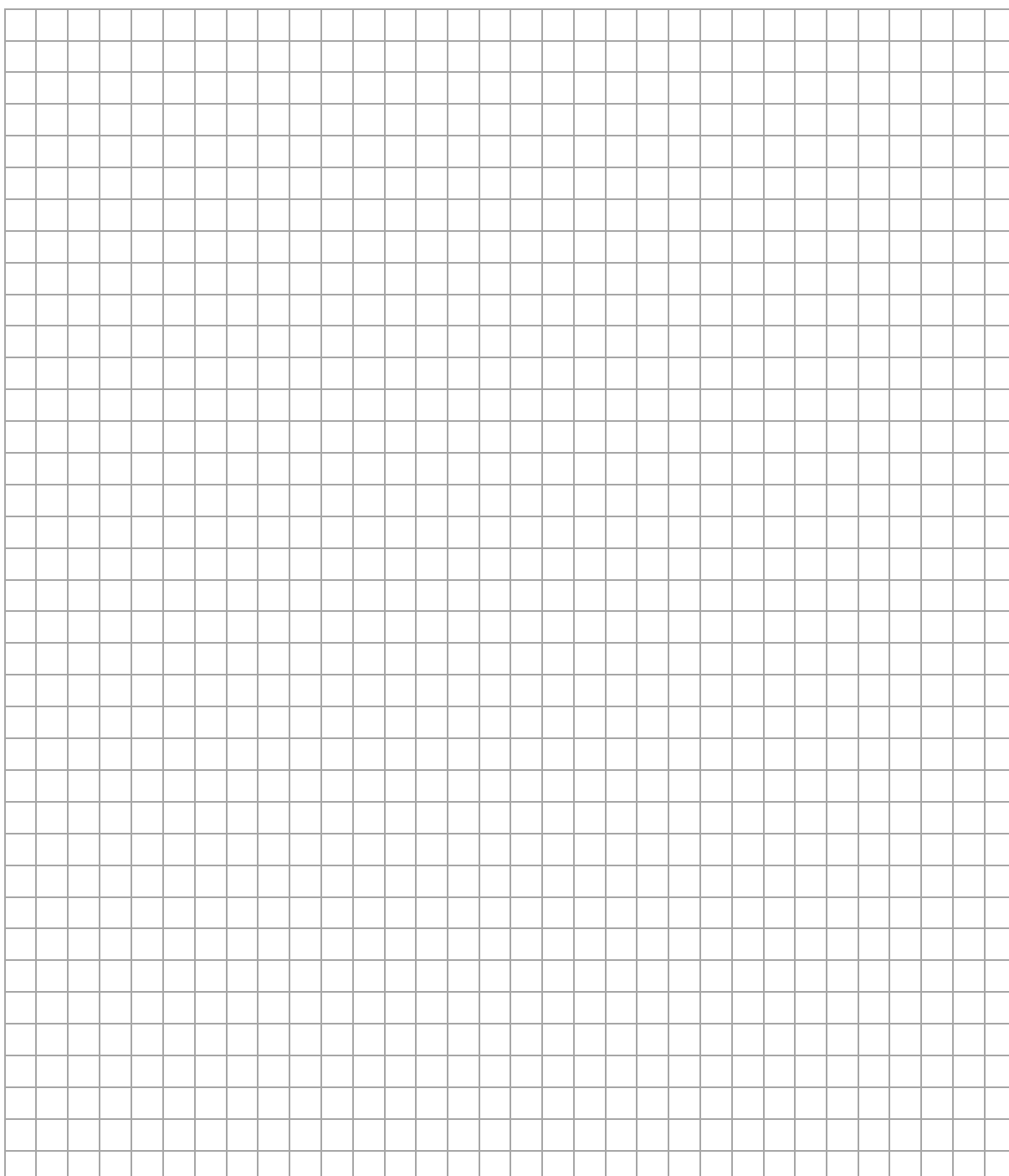
W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) punkt $A = (9, 12)$ jest wierzchołkiem trójkąta ABC . Prosta k o równaniu $y = \frac{1}{2}x$ zawiera dwusieczną kąta ABC tego trójkąta. Okrąg O o równaniu $(x - 8)^2 + (y - 4)^2 = 16$ jest wpisany w ten trójkąt.

Oblicz współrzędne punktu styczności prostej przechodzącej przez wierzchołki B i C tego trójkąta z okręgiem O .

Zapisz obliczenia.

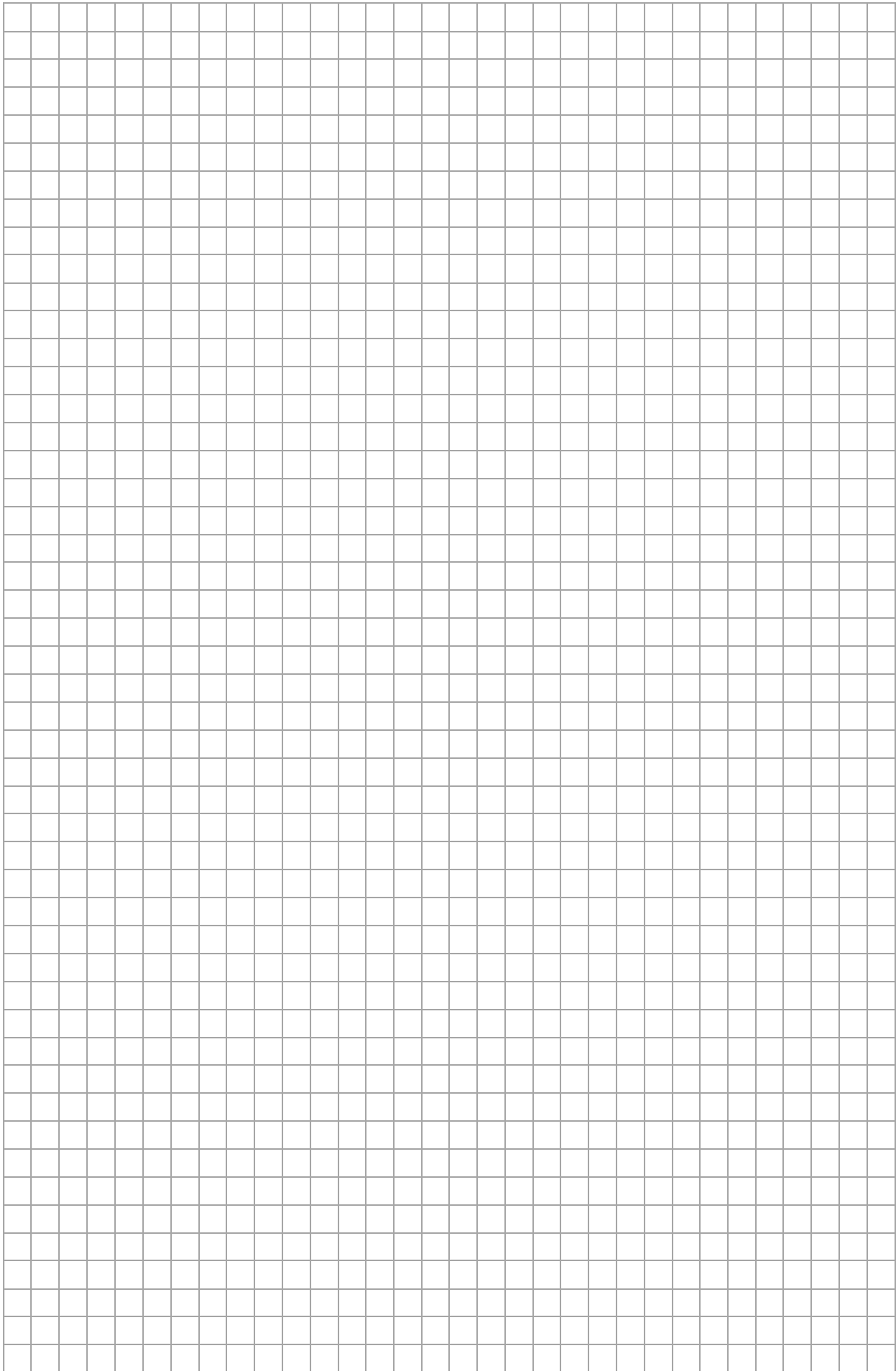


Więcej arkuszy maturalnych z matematyki na mgr2.pl/arkusze



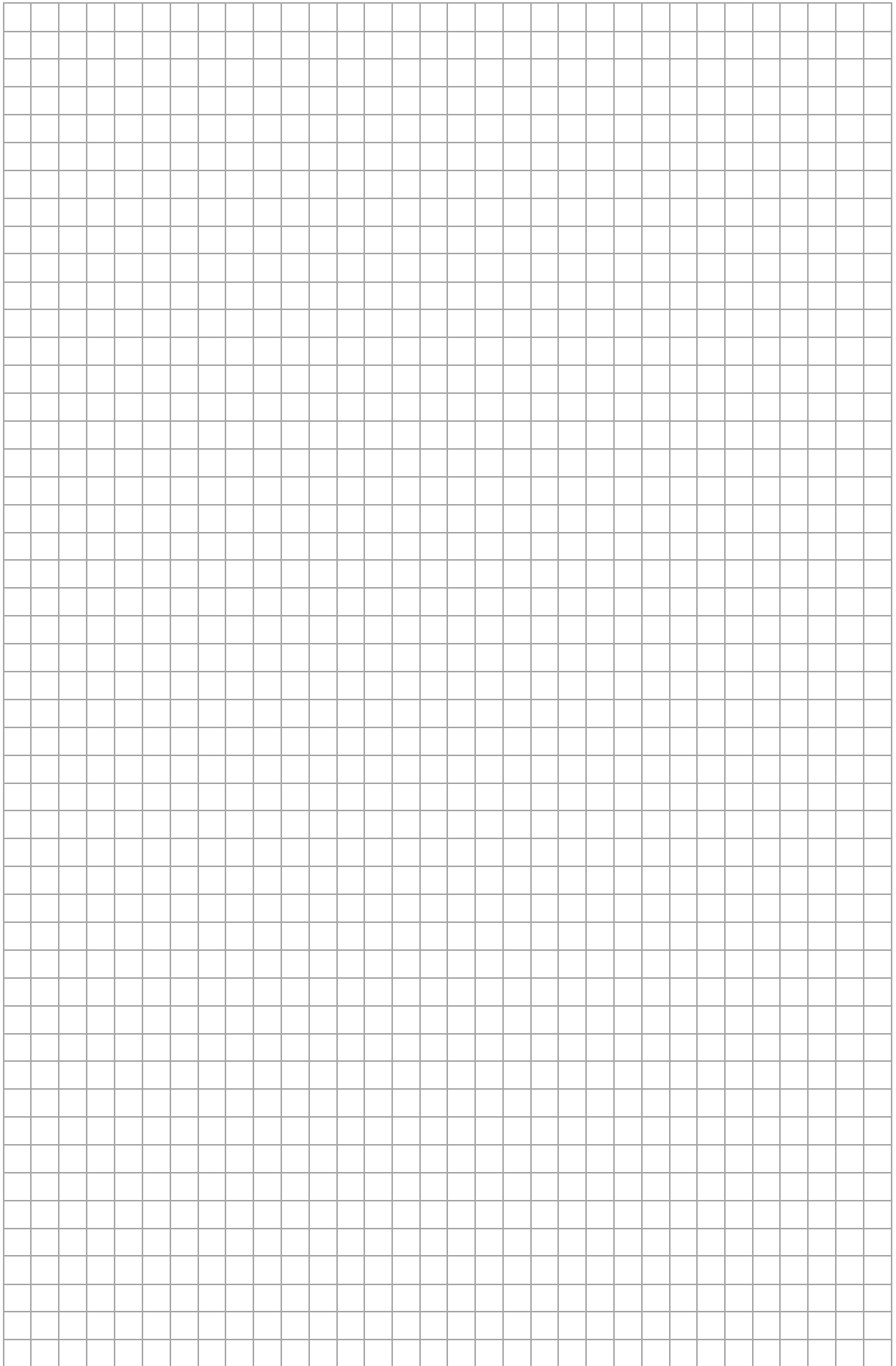


Więcej arkuszy maturalnych z matematyki na mgr2.pl/arkusze



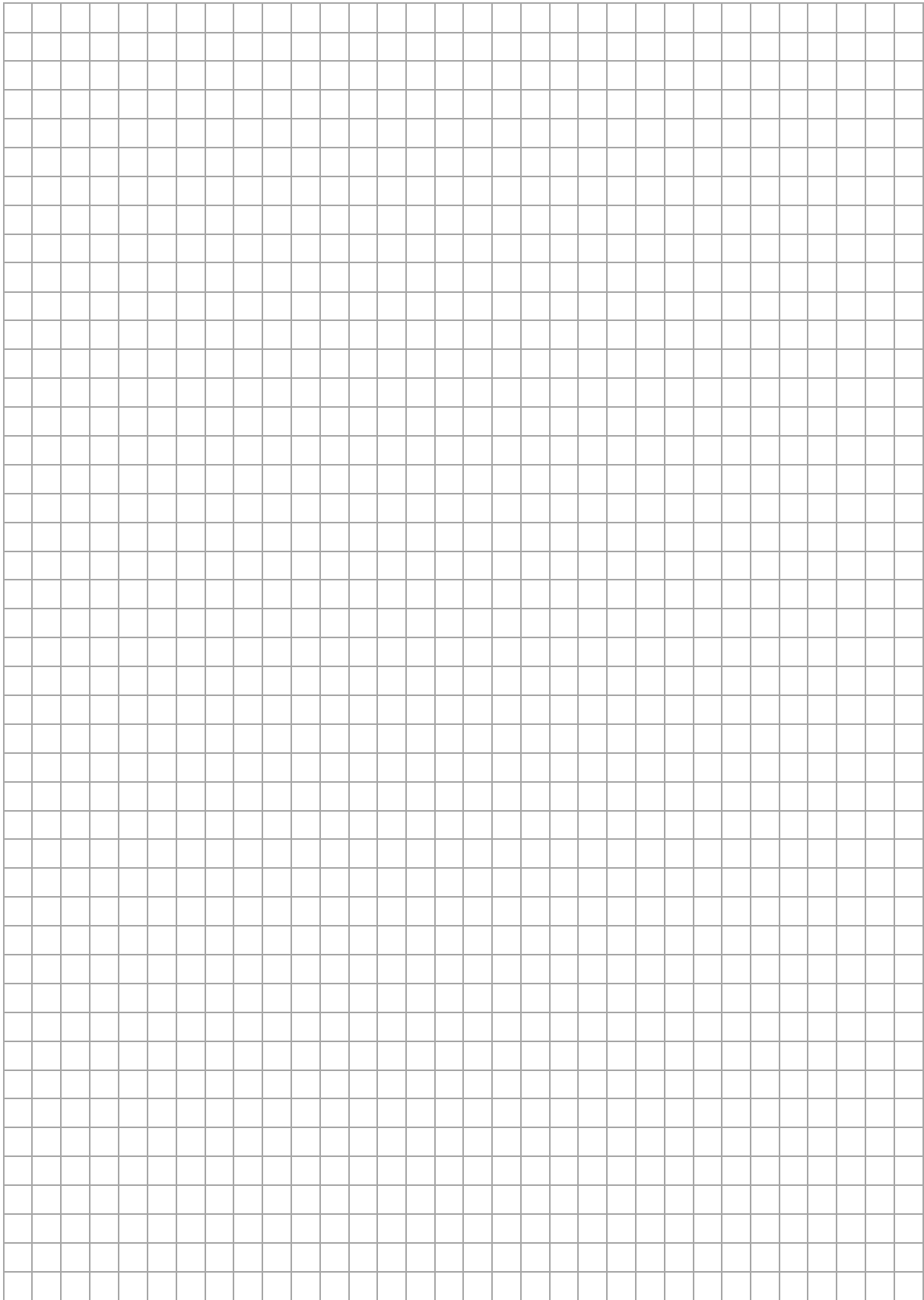


Więcej arkuszy maturalnych z matematyki na mgr2.pl/arkusze





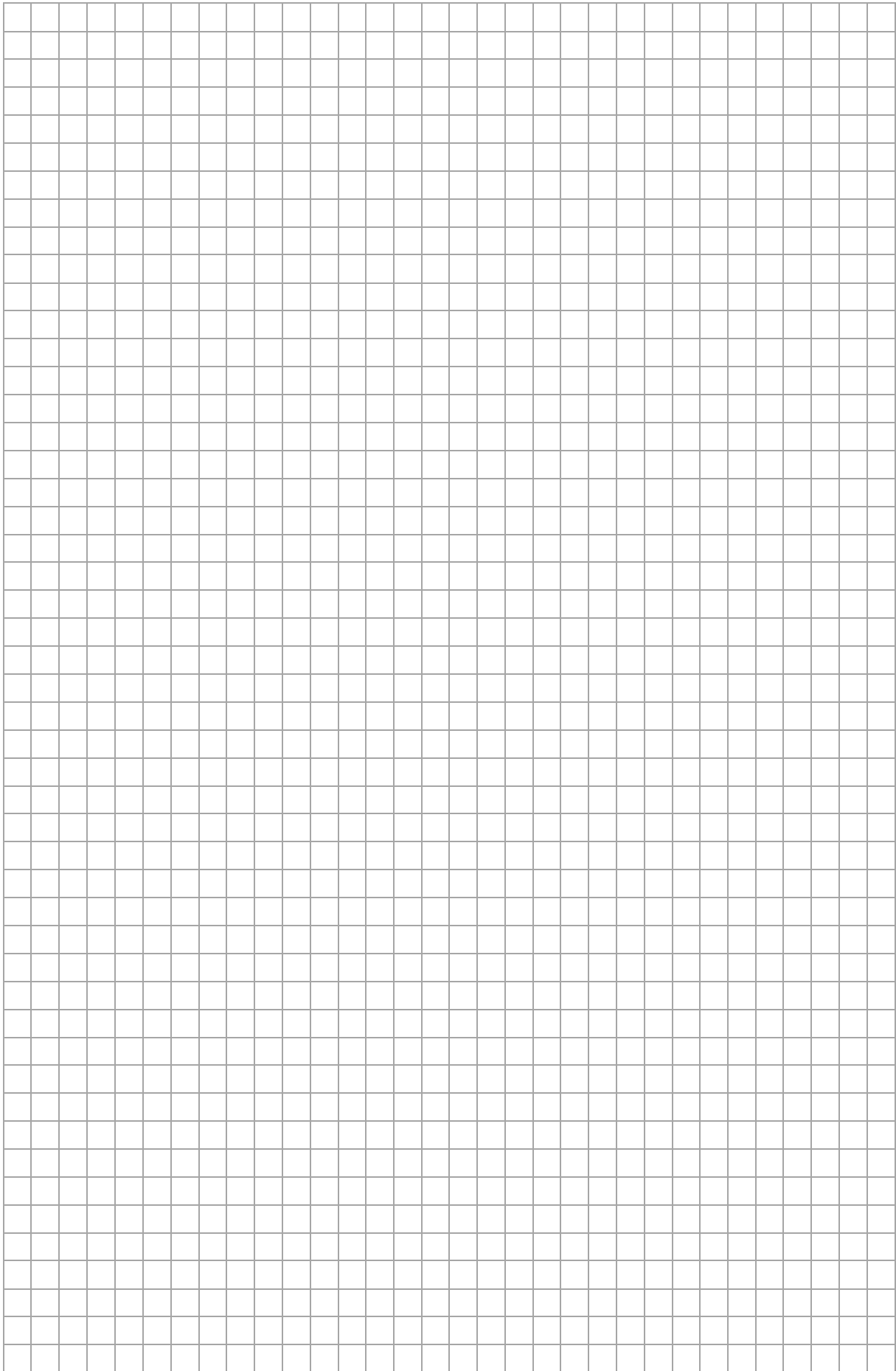
Więcej arkuszy maturalnych z matematyki na mgr2.pl/arkusze



Wypełnia egzaminator	Nr zadania	9.
	Maks. liczba pkt	6
	Uzyskana liczba pkt	

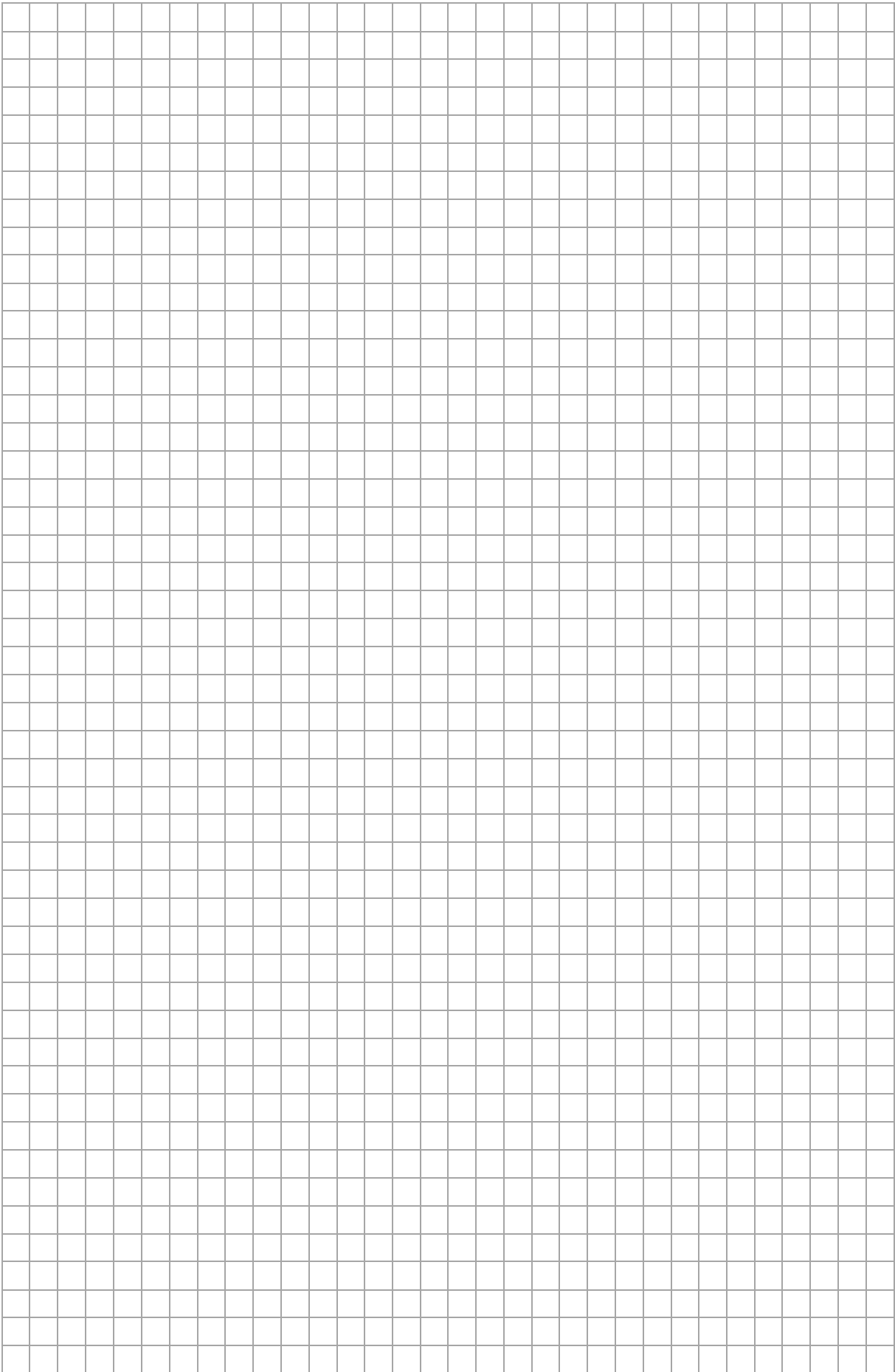


Więcej arkuszy maturalnych z matematyki na mgr2.pl/arkusze



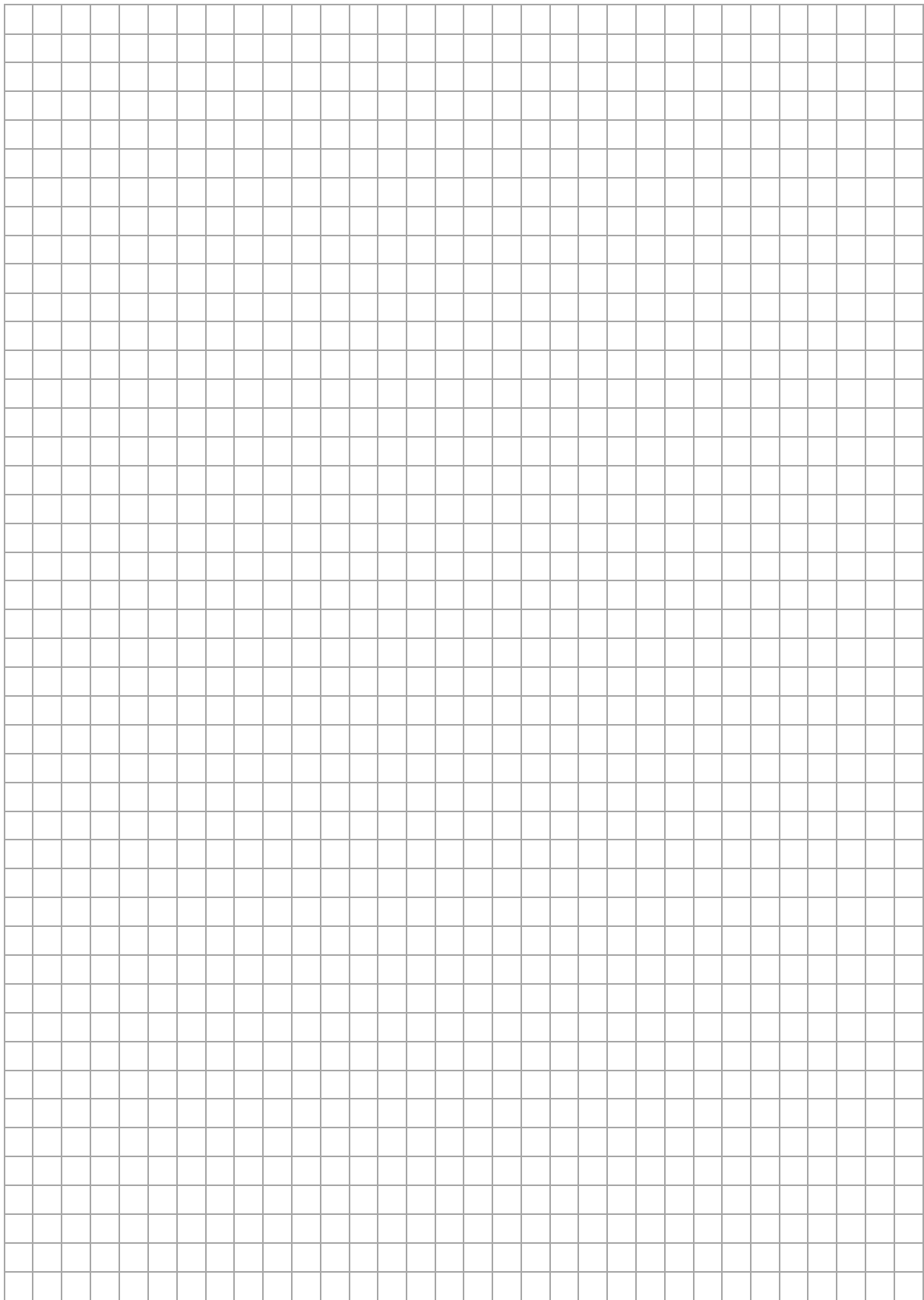


Więcej arkuszy maturalnych z matematyki na mgr2.pl/arkusze





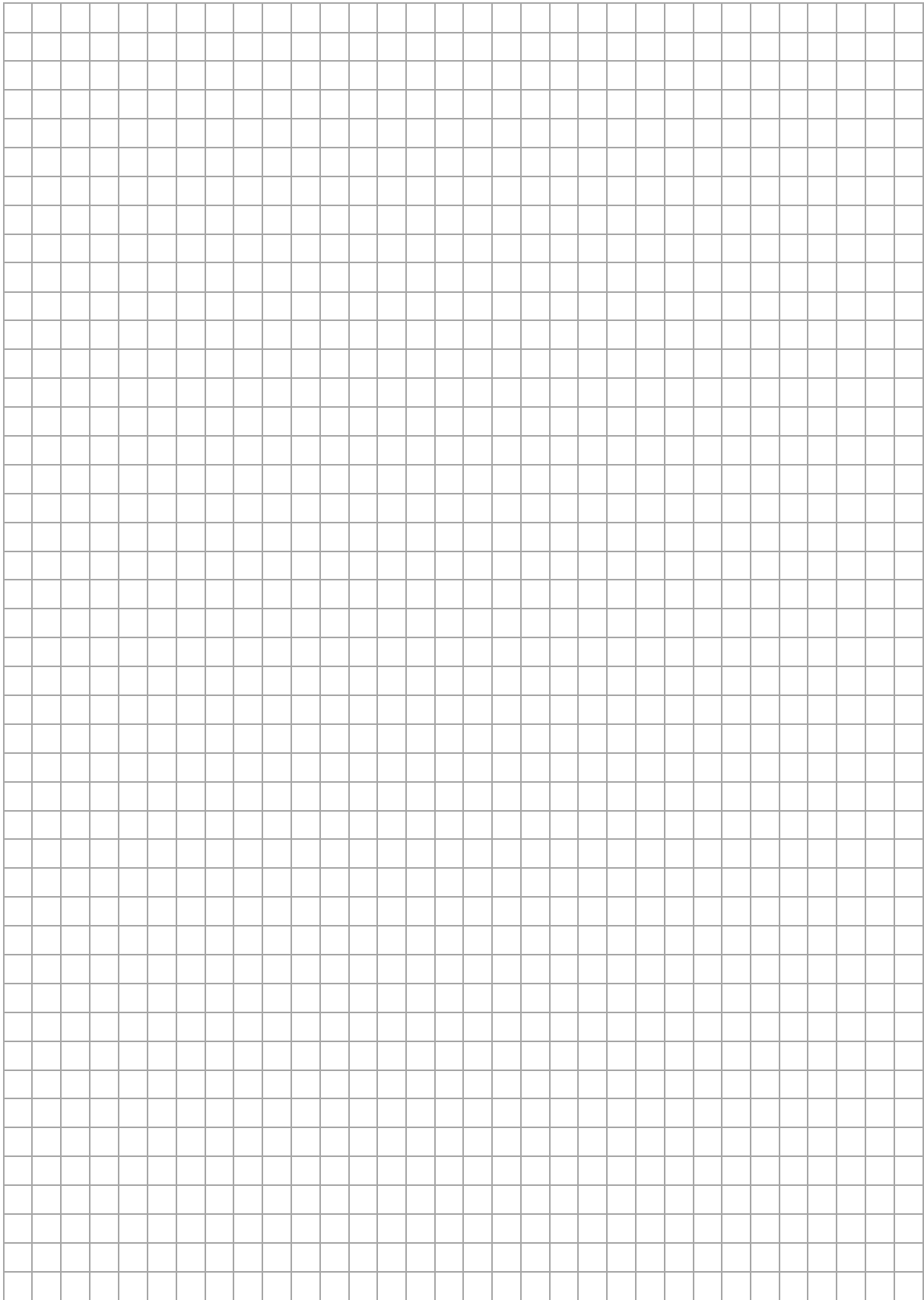
Więcej arkuszy maturalnych z matematyki na mgr2.pl/arkusze



Wypełnia egzaminator	Nr zadania	10.
	Maks. liczba pkt	6
	Uzyskana liczba pkt	



Więcej arkuszy maturalnych z matematyki na mgr2.pl/arkusze



Wypełnia egzaminator	Nr zadania	11.
	Maks. liczba pkt	4
	Uzyskana liczba pkt	

