

1 Wymagania CKE z ograniczeniami 2021 - podstawowy

Na szaro zaznaczyłem te zagadnienia, które normalnie obowiązują do matury **podstawowej** w latach 2015-2022, ale w 2021 - 2023 zostały usunięte ze względu na pandemię.

1. Liczby rzeczywiste. Uczeń:

- (a) Przedstawia liczby rzeczywiste w różnych postaciach (np. ułamka zwykłego, ułamka dziesiętnego okresowego, z użyciem symboli pierwiastków, potęg);
- (b) Oblicza wartości wyrażeń arytmetycznych (wymiernych);
- (c) Posługuje się w obliczeniach pierwiastkami dowolnego stopnia i stosuje prawa działań na pierwiastkach;
- (d) Oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych i stosuje prawa działań na potęgach o wykładnikach wymiernych;
- (e) Wykorzystuje podstawowe własności potęg (również w zagadnieniach związanych z innymi dziedzinami wiedzy, np. fizyką, chemią, informatyką);
- (f) Wykorzystuje definicję logarytmu i stosuje w obliczeniach wzory na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu i logarytm potęgi o wykładniku naturalnym;
- (g) Oblicza błąd bezwzględny i błąd względny przybliżenia;
- (h) Posługuje się pojęciem przedziału liczbowego, zaznacza przedziały na osi liczbowej;
- (i) Wykonuje obliczenia procentowe, oblicza podatki, zysk z lokat (również złożonych na procent składany i na okres krótszy niż rok).

2. Wyrażenia algebraiczne. Uczeń:

- (a) używa wzorów skróconego mnożenia na $(a \pm b)^2$ oraz $a^2 - b^2$

3. Równania i nierówności. Uczeń:

- (a) sprawdza, czy dana liczba rzeczywista jest rozwiązaniem równania lub nierówności;
- (b) wykorzystuje interpretację geometryczną układu równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi;
- (c) rozwiązuje nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą;
- (d) rozwiązuje równania kwadratowe z jedną niewiadomą;
- (e) rozwiązuje nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą;
- (f) korzysta z definicji pierwiastka do rozwiązywania równań typu $x^3 = -8$;
- (g) korzysta z własności iloczynu przy rozwiązywaniu równań typu $x(x+1)(x-7) = 0$;
- (h) rozwiązuje proste równania wymierne, prowadzące do równań liniowych lub kwadratowych, np. $\frac{x+1}{x+3} = 2$, $\frac{x+1}{x} = 2x$

4. Funkcje. Uczeń:

- (a) określa funkcje za pomocą wzoru, tabeli, wykresu, opisu słownego;
- (b) oblicza ze wzoru wartość funkcji dla danego argumentu. Posługuje się poznanymi metodami rozwiązywania równań do obliczenia, dla jakiego argumentu funkcja przyjmuje daną wartość;
- (c) odczytuje z wykresu własności funkcji (dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, maksymalne przedziały, w których funkcja maleje, rośnie, ma stały znak; punkty, w których funkcja przyjmuje w podanym przedziale wartość największą lub najmniejszą);
- (d) na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ szkicuje wykresy funkcji $y = f(x+a)$, $y = f(x) + a$, $y = -f(x)$, $y = f(-x)$;

- (e) rysuje wykres funkcji liniowej, korzystając z jej wzoru;
- (f) wyznacza wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o funkcji lub o jej wykresie;
- (g) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej;
- (h) szkicuje wykres funkcji kwadratowej, korzystając z jej wzoru;
- (i) wyznacza wzór funkcji kwadratowej na podstawie pewnych informacji o tej funkcji lub o jej wykresie;
- (j) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej, w postaci ogólnej i w postaci iloczynowej (o ile istnieje);
- (k) wyznacza wartość najmniejszą i wartość największą funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym;
- (l) wykorzystuje własności funkcji liniowej i kwadratowej do interpretacji zagadnień geometrycznych, fizycznych itp. (także osadzonych w kontekście praktycznym);
- (m) szkicuje wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ dla danego a , korzysta ze wzoru i wykresu tej funkcji do interpretacji zagadnień związanych z wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi;
- (n) szkicuje wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw;
- (o) posługuje się funkcjami wykładniczymi do opisu zjawisk fizycznych, chemicznych, a także w zagadnieniach osadzonych w kontekście praktycznym.

5. Ciągi. Uczeń:

- (a) wyznacza wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym;
- (b) bada, czy dany ciąg jest arytmetyczny lub geometryczny;
- (c) stosuje wzór na n -ty wyraz i na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego;
- (d) stosuje wzór na n -ty wyraz i na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego.

6. Trygonometria. Uczeń:

- (a) wykorzystuje definicje i wyznacza wartości funkcji sinus, cosinus i tangens kątów o miarach od 0° do 180° ;
- (b) korzysta z przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych (odczytanych z tablic lub obliczonych za pomocą kalkulatora);
- (c) oblicza miarę kąta ostrego, dla której funkcja trygonometryczna przyjmuje daną wartość (miarę dokładną albo - korzystając z tablic lub kalkulatora - przybliżoną);
- (d) stosuje proste zależności między funkcjami trygonometrycznymi: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ oraz $\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$
- (e) znając wartość jednej z funkcji: sinus lub cosinus, wyznacza wartości pozostałych funkcji tego samego kąta ostrego.

7. Planimetria. Uczeń:

- (a) stosuje zależności między kątem środkowym i kątem wpisanym;
- (b) korzysta z własności stycznej do okręgu i własności okręgów stycznych;
- (c) rozpoznaje trójkąty podobne i wykorzystuje (także w kontekstach praktycznych) cechy podobieństwa trójkątów;
- (d) korzysta z własności funkcji trygonometrycznych w łatwych obliczeniach geometrycznych, w tym ze wzoru na pole trójkąta ostrokątnego o danych dwóch bokach i kącie między nimi.

8. Geometria na płaszczyźnie kartezjańskiej. Uczeń:

- (a) wyznacza równanie prostej przechodzącej przez dwa dane punkty (w postaci kierunkowej lub ogólnej);

- (b) bada równoległość i prostopadłość prostych na podstawie ich równań kierunkowych;
- (c) wyznacza równanie prostej, która jest równoległa lub prostopadła do prostej danej w postaci kierunkowej i przechodzi przez dany punkt;
- (d) oblicza współrzędne punktu przecięcia dwóch prostych;
- (e) wyznacza współrzędne środka odcinka;
- (f) oblicza odległość dwóch punktów;
- (g) znajduje obrazy niektórych figur geometrycznych (punktu, prostej, odcinka, okręgu, trójkąta itp.) w symetrii osiowej względem osi układu współrzędnych i symetrii środkowej względem początku układu.

9. Stereometria. Uczeń:

- (a) rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi, itp.), oblicza miary tych kątów;
- (b) rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąt między odcinkami i płaszczyznami (między krawędziami i ścianami, przekątnymi i ścianami), oblicza miary tych kątów;
- (c) rozpoznaje w walcach i w stożkach kąt między odcinkami oraz kąt między odcinkami i płaszczyznami (np. kąt rozwarcia stożka, kąt między tworzącą a podstawą), oblicza miary tych kątów;
- (d) rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między ścianami;
- (e) określa, jaką figurą jest dany przekrój prostopadłościanu płaszczyzną;
- (f) stosuje trygonometrię do obliczeń długości odcinków, miar kątów, pól powierzchni i objętości graniastosłupów;
- (g) rozpoznaje graniastosłupy i ostrosłupy prawidłowe;
- (h) oblicza pole powierzchni i objętość graniastosłupa prostego i ostrosłupa.

10. Elementy statystyki opisowej. Teoria prawdopodobieństwa i kombinatoryka. Uczeń:

- (a) oblicza średnią ważoną i odchylenie standardowe zestawu danych (także w przypadku danych odpowiednio po grupowanych), interpretuje te parametry dla danych empirycznych;
- (b) zlicza obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych, niewymagających użycia wzorów kombinatorycznych, stosuje regułę mnożenia i regułę dodawania;
- (c) oblicza prawdopodobieństwa w prostych sytuacjach, stosując klasyczną definicję prawdopodobieństwa.

2 Wymagania CKE z ograniczeniami 2021 - rozszerzony

Na szaro zaznaczyłem te zagadnienia, które normalnie obowiązują do matury **rozszerzonej** w latach 2015-2022, ale w 2021 - 2023 zostały usunięte ze względu na pandemię.

1. Liczby rzeczywiste. Uczeń spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:
 - (a) wykorzystuje pojęcie wartości bezwzględnej i jej interpretację geometryczną, zaznacza na osi liczbowej zbiory opisane za pomocą równań i nierówności typu: $|x - a| = b$, $|x - a| < b$, $|x - a| \geq b$;
 - (b) stosuje w obliczeniach wzór na logarytm potęgi oraz wzór na zamianę podstawy logarytmu.
2. Wyrażenia algebraiczne. Uczeń spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:
 - (a) używa wzorów skróconego mnożenia na $(a \pm b)^3$ oraz $a^3 \pm b^3$;
 - (b) dzieli wielomiany przez dwumian $ax + b$
 - (c) rozkłada wielomian na czynniki, stosując wzory skróconego mnożenia lub wyłączając wspólny czynnik przed nawias;
 - (d) dodaje, odejmuje i mnoży wielomiany;
 - (e) wyznacza dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego z jedną zmienną, w którym w mianowniku występują tylko wyrażenia dające się łatwo sprowadzić do iloczynu wielomianów liniowych i kwadratowych;
 - (f) dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli wyrażenia wymierne; rozszerza i (w łatwych przykładach) skraca wyrażenia wymierne.
3. Równania i nierówności. Uczeń spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:
 - (a) stosuje wzory Viete'a;
 - (b) rozwiązuje równania i nierówności liniowe i kwadratowe z parametrem;
 - (c) rozwiązuje układy równań, prowadzące do równań kwadratowych;
 - (d) stosuje twierdzenie o reszcie z dzielenia wielomianu przez dwumian $x - a$;
 - (e) stosuje twierdzenie o pierwiastkach wymiernych wielomianu o współczynnikach całkowitych;
 - (f) rozwiązuje równania wielomianowe dające się łatwo sprowadzić do równań kwadratowych;
 - (g) rozwiązuje łatwe nierówności wielomianowe;
 - (h) rozwiązuje proste nierówności wymierne typu: $\frac{x+1}{x+3} > 2$, $\frac{x+3}{x^2-16} < \frac{2x}{x^2-4x}$, $\frac{3x-2}{4x-7} \leq \frac{1-3x}{5-4x}$
 - (i) rozwiązuje równania i nierówności z wartością bezwzględną, o poziomie trudności nie wyższym, niż: $|x + 1| - 2| = 3$, $|x + 3| + |x - 5| > 12$.
4. Funkcje. Uczeń spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:
 - (a) na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ szkicuje wykresy funkcji $y = |f(x)|$, $y = c \cdot f(x)$, $y = f(cx)$;
 - (b) szkicuje wykresy funkcji logarytmicznych dla różnych podstaw;
 - (c) posługuje się funkcjami logarytmicznym i do opisu zjawisk fizycznych, chemicznych, a także w zagadnieniach osadzonych w kontekście praktycznym;
 - (d) szkicuje wykres funkcji określonej w różnych przedziałach różnymi wzorami; odczytuje własności takiej funkcji z wykresu.
5. Ciągi. Uczeń spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:
 - (a) wyznacza wyrazy ciągu określonego wzorem rekurencyjnym;

- (b) oblicza granice ciągów, korzystając z granic ciągów typu $\frac{1}{n}$, $\frac{1}{n^2}$ oraz z twierdzeń o działaniach na granicach ciągów;
- (c) rozpoznaje szeregi geometryczne zbieżne i oblicza ich sumy.

6. Trygonometria. Uczeń:

- (a) stosuje miarę łukową, zamienia miarę łukową kąta na stopniową i odwrotnie;
- (b) wykorzystuje definicje i wyznacza wartości funkcji sinus, cosinus i tan gona dowolnego kąta o mierze wyrażonej w stopniach lub radianach (przez sprowadzenie do przypadku kąta ostrego);
- (c) wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych;
- (d) posługuje się wykresami funkcji trygonometrycznych (np. gdy rozwiązuje nierówności typu $\sin x > a$, $\cos x \leq a$, $\tan x > a$);
- (e) stosuje wzory na sinus i cosinus sumy i różnicy kątów, sumę i różnicę sinusów i cosinusów kątów;
- (f) rozwiązuje równania i nierówności trygonometryczne typu $\sin 2x = 12$, $\sin 2x + \cos x = 1$, $\sin x + \cos x = 1$, $\cos 2x < \frac{1}{2}$.

7. Planimetria. Uczeń spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:

- (a) stosuje twierdzenia charakteryzujące czworokąty wpisane w okrąg i czworokąty opisane na okręgu;
- (b) stosuje twierdzenie Talesa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa do obliczania długości odcinków i ustalania równoległości prostych;
- (c) znajduje obrazy niektórych figur geometrycznych w jednokładności (odcinka, trójkąta, czworokąta itp.);
- (d) rozpoznaje figury podobne i jednokładne; wykorzystuje (także w kontekstach praktycznych) ich własności;
- (e) znajduje związki miarowe w figurach płaskich z zastosowaniem twierdzenia sinusów i twierdzenia cosinusów.

8. Geometria na płaszczyźnie kartezjańskiej. Uczeń spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:

- (a) interpretuje graficznie nierówność liniową z dwiema niewiadomymi oraz układy takich nierówności;
- (b) bada równoległość i prostopadłość prostych na podstawie ich równań ogólnych;
- (c) wyznacza równanie prostej, która jest równoległa lub prostopadła do prostej danej w postaci ogólnej i przechodzi przez dany punkt;
- (d) oblicza odległość punktu od prostej;
- (e) posługuje się równaniem okręgu $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ oraz opisuje koła za pomocą nierówności;
- (f) wyznacza punkty wspólne prostej i okręgu;
- (g) oblicza współrzędne oraz długość wektora; dodaje i odejmuje wektory oraz mnoży je przez liczbę. Interpretuje geometrycznie działania na wektorach;
- (h) stosuje wektory do opisu przesunięcia wykresu funkcji.

9. Stereometria. Uczeń spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:

- (a) określa, jaką figurą jest dany przekrój sfery płaszczyzną;
- (b) określa, jaką figurą jest dany przekrój graniastosłupa lub ostrosłupa płaszczyzną

10. Elementy statystyki opisowej. Teoria prawdopodobieństwa i kombinatoryka. Uczeń spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:

- (a) wykorzystuje wzory na liczbę permutacji, kombinacji, wariacji i wariacji z powtórzeniami do zliczania obiektów w bardziej złożonych sytuacjach kombinatorycznych;
- (b) oblicza prawdopodobieństwo warunkowe;
- (c) korzysta z twierdzenia o prawdopodobieństwie całkowitym.

11. Uczeń:

- (a) oblicza granice funkcji (i granice jednostronne), korzystając z twierdzeń o działaniach na granicach i z własności funkcji ciągłych;
- (b) oblicza pochodne funkcji wymiernych;
- (c) korzysta z geometrycznej i fizycznej interpretacji pochodnej;
- (d) korzysta z własności pochodnej do wyznaczenia przedziałów monotoniczności funkcji;
- (e) znajduje ekstrema funkcji wielomianowych i wymiernych;
- (f) stosuje pochodne do rozwiązywania zagadnień optymalizacyjnych.